

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ  
CAMPUS DE PARANAVÁÍ  
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO  
FORMAÇÃO DOCENTE INTERDISCIPLINAR – PPIFOR**

**ANÁLISE DA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DA SUBTRAÇÃO:  
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL**

**NILZA MARCIA MULATTI SILVA**

**PARANAVÁÍ  
2016**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ  
CAMPUS DE PARANAVÁI  
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO  
FORMAÇÃO DOCENTE INTERDISCIPLINAR – PPIFOR**

**ANÁLISE DA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DA SUBTRAÇÃO:  
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL**

Dissertação apresentada por NILZA MARCIA MULATTI SILVA, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Paraná – campus de Paranavaí, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino.

Área de concentração: Formação docente interdisciplinar.

Orientadora:  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> FÁTIMA APARECIDA DE SOUZA  
FRANCIOLI

PARANAVÁI  
2016

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586a Silva, Nilza Marcia Mulatti  
Análise da aprendizagem do conceito da subtração: contribuições da teoria histórico-cultural / Nilza Marcia Mulatti Silva. - - Paranavaí, 2016.  
148 f. : il. color., figs.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Fátima Aparecida de Souza Francioli.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Paraná, Campus de Paranavaí, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2016.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Desenvolvimento intelectual. 3. Subtração - Conceito. 4. Linguagem. 5. Matemática - Teoria Histórico-Cultural. I. Francioli, Fátima Aparecida de Souza, orient. II. Universidade Estadual do Paraná - Campus Paranavaí. Centro de Ciências Humanas e da Educação. Programa de Pós-Graduação em Ensino. III. Título.

CDD 21. ed. 510.7

NILZA MARCIA MULATTI SILVA

**ANÁLISE DA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DA SUBTRAÇÃO:  
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL**

**BANCA EXAMINADORA**

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Fátima Aparecida de Souza Francioli (Orientadora) – Unespar

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marta Sueli de Faria Sforzi – UEM – Maringá-PR

Prof. Dr. Renan Bandeirante de Araújo – Unespar

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tânia Marli Rocha Garcia – Unespar

Data de aprovação:

08/09/2016

Dedico este trabalho

Aos meus filhos, Mirian e Artur, e ao meu esposo, Elton. Agradeço pelo amor, companheirismo e cumplicidade nos atribulados momentos de estudo e trabalho.

Aos alunos da Escola Municipal Júlia Wanderley.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Osvaldo e Irene, pelos ensinamentos e pelo amor oferecidos ao longo da vida.

Aos professores, que, ao longo de minha trajetória de estudo, além de ensinar os conteúdos, souberam provocar em mim a vontade de estudar. Início pela professora Dirce Suardi Ferreira Zaghi que me ensinou a ler, a escrever e a realizar os primeiros cálculos, até os professores do Programa de Pós-Graduação Mestrado em Ensino - Formação Docente Interdisciplinar.

À professora e amiga, Dr.<sup>a</sup> Rita de Cássia Pizoli, por ter me incentivado a retornar aos estudos por intermédio do Curso de Especialização Interdisciplinar em Ciências Humanas – CEICH.

Aos professores da banca, Dr.<sup>a</sup> Marta Sueli de Faria Sforzi, Dr. Renan Bandeirante de Araújo e Dr.<sup>a</sup> Tânia Marli Rocha Garcia, por gentilmente terem aceito o convite e pela valiosa contribuição com a nossa pesquisa.

À professora Dr.<sup>a</sup> Fátima Aparecida de Souza Francioli, por ter me escolhido como orientanda, desde o CEICH. Agradeço o carinho, as orientações, a confiança e a disposição em contribuir com minha formação, compartilhando suas experiências e oferecendo seus conhecimentos.

Aos colegas de turma do mestrado, pela aprendizagem, companheirismo e amizade.

Aos colegas de profissão que compreenderam a minha ausência para os estudos, especialmente à Maria Edivalda e à Isaura, pelo apoio incondicional.

Às doutoras e aos doutores “sem diploma” das Comunidades Eclesiais de Base e da catequese paroquial, pela aprendizagem proporcionada pela vida em comunidade.

Assim termina  
A história de uma viagem  
Que vocês viram e ouviram.  
E viram o que é comum  
O que está sempre ocorrendo.  
Mas a vocês nós pedimos:  
No que não é de entranhar  
Descubram o que há de estranho!  
No que parece normal  
Vejam o que há de anormal!  
No que parece explicado  
Vejam quanto não se explica!  
E o que parece comum  
Vejam como é de se espantar!  
Na regra, vejam o abuso  
E, onde o abuso apontar  
Procurem remediar!  
(Bertold Brecht)

SILVA, Nilza Marcia Mulatti. **Análise da aprendizagem do conceito da subtração:** contribuições da Teoria Histórico-Cultural. 148 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Paraná – Campus de Paranavaí. Orientadora: Fátima Aparecida de Souza Francioli. Paranavaí, 2016.

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo conhecer o nível de consciência da ação de subtrair por intermédio da análise da manifestação da linguagem. O estudo foi realizado mediante pesquisa teórica, investigação documental e pesquisa de campo. Inicialmente, realizamos estudos a fim de compreender os aportes da Teoria Histórico-Cultural, vinculados ao desenvolvimento do pensamento por conceitos, à organização do ensino para o desenvolvimento psicointelectual e aos pressupostos psicológicos para a resolução de problemas matemáticos. Posteriormente, investigamos como o conceito da subtração se apresenta nos documentos oficiais que norteiam o ensino fundamental no estado do Paraná. Os estudos ofereceram subsídios para análise das intervenções matemáticas desenvolvidas em uma classe do quarto ano do ensino fundamental de uma escola municipal. Os dados coletados indicaram que a maioria dos alunos ao resolver as tarefas não ultrapassaram os procedimentos descritivos, limitando a tomada de consciência que se esbarrou na dificuldade da linguagem. No entanto, os alunos que conseguiram resolver os problemas conscientemente eram capazes de explicitar por meio de diferentes recursos as ações mentais que realizaram, transcendendo dos procedimentos descritivos para os explicativos, evidenciando um pensamento matemático. Nesse contexto, consideramos que as intervenções realizadas, envolvendo outras formas de linguagem, como a oralidade, o desenho, a manipulação de materiais aliadas à linguagem numérica contribuíram com o desenvolvimento psíquico dos alunos. Concluímos que a apreensão dos conceitos científicos é resultado de um processo longo e complexo de evolução do pensamento infantil que se efetiva com a mediação do professor. Por fim, é importante realçar a análise preliminar dos conceitos e das relações objetivas entre eles, além da previsão de momentos do uso de diferentes linguagens como instrumentos que possibilitam ao aluno a organização do pensamento e a tomada de consciência e, ao professor, a análise da dinâmica do processo de aprendizagem. São procedimentos capazes de potencializar alunos e professores na busca da superação da situação de não aprendizagem, como também elevar os níveis de humanização, não somente no período escolar, mas ao longo da vida.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática; Desenvolvimento intelectual; Conceito da subtração; Linguagem; Teoria histórico-cultural.



SILVA, Nilza Marcia Mulatti. **Analysis of subtraction concept learning: contributions of the Historical-Cultural Theory.** 148 f. Dissertation (Master in Teaching) – State University of Paraná. Supervisor: Fátima Aparecida de Souza Francioli. Paranavaí, 2016.

## ABSTRACT

This research aims to know the level of awareness of the action of subtraction through the analysis of manifestation of language. The study was performed by theoretical research, document research and field research. Initially, we conducted studies to understand the contributions of the Historical-Cultural Theory, linked to the development of thinking by concepts, to the organization of teaching for psycho-intellectual development and psychological assumptions for solving mathematical problems. Subsequently, we investigated how the concept of subtraction appears in official documents that guide the elementary school in the state of Paraná. The studies provided subsidies for analysis of mathematical interventions developed in a class of fourth grade of elementary school in a public school. Data collected indicated that the majority of students, when solving the tasks, did not exceed the descriptive procedures, limiting the awareness that faced the difficulty of language. However, students who were able to consciously solve the problems were also able to explain through different resources the mental actions carried out, by transcending from descriptive to explanatory procedures, showing a mathematical thinking. In this context, we consider that the interventions involving other forms of language, such as speaking, drawing, material handling combined with numerical language contributed to the psychic development of students. We conclude that the absorption of scientific concepts is the result of a long and complex process of evolution of children's thinking that is effective with the mediation of the teacher. Finally, it is important to emphasize the preliminary analysis of concepts and objective relationships between them, in addition to the prediction of moments of using different languages as tools that allow the student an organization of thought and awareness, and the teacher, an analysis on the dynamics of the learning process. They are procedures able to empower students and teachers in the effort to overcome the situation of not learning, and also raise the humanization levels, not only during the school period, but throughout life.

**Key words:** Mathematics teaching; Intellectual development; Concept of subtraction; Language; Historical-Cultural theory.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação da adição $5 + 7 = 12$ .....	21
Figura 2	Representação da subtração: $11 - 4 = 7$ .....	21
Figura 3	Diferença entre 5 e 2 .....	21
Figura 4	Representação da reta numérica e recipientes .....	22
Figura 5	Questão 13 da Provinha Brasil 2015 – teste 1 .....	109
Figura 6	Questão 6 da Provinha Brasil 2015 – teste 1 .....	110
Figura 7	Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1 .....	112
Figura 8	Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1 .....	120
Figura 9	Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1 .....	122

## LISTA DE DESENHOS

Desenho 1	Representação da solução do 11° problema .....	116
Desenho 2	Representação da solução do 13° problema .....	116
Desenho 3	Representação da solução do 12° problema .....	117
Desenho 4	Representação da solução do 16° problema .....	119
Desenho 5	Representação da solução do 14° problema .....	120

## LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1	Representação do 14° problema pela Fabiele .....	124
Fotografia 2	Representação do 14° problema, pelo Carlos .....	125
Fotografia 3	Representação do 13° problema, pelo Carlos .....	128
Fotografia 4	Representação do 13° problema, pelo Breno .....	129
Fotografia 5	Representação do 13° problema, pela Fabiele .....	129

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	14
<b>2</b>	<b>TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL: CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	24
2.1	VIGOTSKI E SUA FORMAÇÃO INTELECTUAL .....	24
2.2	DESENVOLVIMENTO DOS PROCESSOS FUNCIONAIS E A APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS À LUZ DA TEORIA VIGOTSKIANA .....	29
<b>2.2.1</b>	<b>Funções psicológicas superiores</b> .....	30
<b>2.2.2</b>	<b>Instrumentos e signos como elementos mediadores</b> .....	34
<b>2.2.3</b>	<b>Zona de desenvolvimento</b> .....	36
<b>2.2.4</b>	<b>Conceitos espontâneos e conceitos científicos</b> .....	37
2.3	EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO INFANTIL: DA FASE SINCRÉTICA À FORMAÇÃO DE CONCEITO .....	39
2.4	O DESENVOLVIMENTO DOS CONCEITOS ESPONTÂNEOS E CIENTÍFICOS NA INFÂNCIA .....	48
2.5	A RELEVÂNCIA DA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NO DESENVOLVIMENTO PSICOINTELECTUAL .....	54
2.6	PRESSUPOSTOS PSICOLÓGICOS E DIDÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS .....	59
<b>3</b>	<b>SUBTRAÇÃO: ORIGEM HISTÓRICA, CONCEITO MATEMÁTICO E ANÁLISE DOS DOCUMENTOS OFICIAIS</b> .....	72
3.1	ORIGEM HISTÓRICA .....	72
3.2	CONCEITO MATEMÁTICO .....	74
3.3	INTERFACES ENTRE O CONCEITO DE SUBTRAÇÃO E OS DOCUMENTOS OFICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	76
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DAS MANIFESTAÇÕES DA LINGUAGEM DOS ALUNOS NAS TAREFAS DE INTERVENÇÕES MATEMÁTICAS</b> .....	88
4.1	PRIMEIRA AULA .....	91

<b>4.1.1</b>	<b>Revisão dos conteúdos referentes à subtração .....</b>	<b>92</b>
<b>4.1.2</b>	<b>As ideias da subtração em atividades que envolvem materiais manipuláveis .....</b>	<b>99</b>
4.1.2.1	A ideia de retirar .....	99
4.1.2.2	A ideia de completar .....	101
4.1.2.3	A ideia de comparar .....	103
<b>4.2</b>	<b>SEGUNDA AULA .....</b>	<b>106</b>
<b>4.2.1</b>	<b>Identificação das ideias das operações matemáticas na resolução de problemas .....</b>	<b>106</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Resolução dos problemas matemáticos de subtração por intermédio de desenhos .....</b>	<b>115</b>
<b>4.3</b>	<b>TERCEIRA AULA .....</b>	<b>121</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Representação da ideia de comparar usando materiais manipuláveis .....</b>	<b>122</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>131</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>138</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>142</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Em minha vida estudantil, no ensino de segundo grau, hoje denominado ensino médio, fiz primeiramente o curso técnico em contabilidade. Anos depois, cursei o magistério e o ensino superior concomitantemente. Mesmo com desempenho escolar razoável em matemática, optei pelo curso de ciências com habilitação em matemática.

Em 1996, no estágio de matemática do curso de ciências, minha equipe de trabalho fez opção de desenvolver um projeto sobre o ensino das técnicas operatórias, com a devida supervisão da professora. O projeto foi destinado às alunas do quarto ano do magistério, turma da qual eu fazia parte como aluna. Na ocasião, explicávamos minuciosamente as técnicas operatórias, e verificamos que a maioria das então futuras professoras não compreendia plenamente os procedimentos realizados. Tal dificuldade de compreensão das professoras que em breve estariam em sala de aula passou a me inquietar: – Como poderemos ensinar as operações matemáticas, se não temos o domínio desse conteúdo? Esse foi o primeiro questionamento, que ao longo dos anos foi despertando em mim o interesse em estudar as operações matemáticas.

Em julho de 1997 iniciei o trabalho como professora dos anos iniciais do ensino fundamental, em uma turma de terceira série. Comecei a pôr em prática o que havia aprendido no magistério e na faculdade, no que se refere ao ensino das operações matemáticas, e, assim como fora desenvolvido no estágio, fui fazendo os direcionamentos didáticos. Os resultados foram razoavelmente satisfatórios, porém fui percebendo que as dificuldades dos alunos se concentravam em aplicar os algoritmos para resolver os problemas matemáticos. – Como ensiná-los a interpretar? – Por que alunos que sabem resolver os algoritmos muitas vezes não sabem aplicá-los para resolver os problemas matemáticos? – Por que alguns alunos conseguem interpretar e outros não? – Qual a diferença no raciocínio desses alunos? – Como ensiná-los a pensar? Esses questionamentos estavam presentes nesse momento inicial do meu trabalho como professora. Nas aulas de metodologia de matemática essas questões sempre estiveram em pauta, mas, a partir desse momento, eu, a professora regente, precisava fazer as intervenções corretas. Comecei a trabalhar com problemas criativos que chamassem a atenção dos alunos,

por meio de situações diversificadas que visavam auxiliar a compreensão por parte deles, mas, quando chegava o momento de resolver o problema, uma minoria, quase sempre os mesmos alunos, é que conseguia interpretá-los. Verificava também alguns vícios, como o de esperar que a professora lesse o problema, perguntasse qual era a operação a ser usada, para em seguida fazerem a pergunta clássica: “– Professora, é de mais ou é de menos?”. Durante quatro anos como professora regente, busquei alternativas, para tentar resolver essa situação, na tentativa de responder ao questionamento: – Qual o procedimento didático ideal para ensinar os alunos a interpretar? Buscava respostas com os colegas professores e com a equipe pedagógica da escola, mas sentia a ausência de momentos específicos para estudar os encaminhamentos matemáticos e discutir a prática atual em relação às dificuldades levantadas.

Após quatro anos de regência, fui convidada pela diretora da escola a assumir a função de supervisora de ensino. Passei a direcionar o trabalho pedagógico na instituição e a trabalhar com todos os alunos e professores. Constatei que os questionamentos sobre como ensinar a interpretar eram os mesmos, porém sentia que os professores esperavam alguns direcionamentos específicos da minha parte. Esse fato me levou a discutir coletivamente essas questões, buscávamos a recondução das práticas, voltada às mudanças metodológicas, porém faltavam subsídios para compreendermos como acontecia o desenvolvimento do pensamento da criança. Ao verificar o nível de dificuldade com que muitos alunos concluíam os anos iniciais do ensino fundamental, trazia à tona a seguinte realidade: uma criança que estuda nos anos iniciais do ensino fundamental cumpre um calendário de, no mínimo, cinco anos de escolaridade, o que totalizam 1.000 dias letivos, sendo que boa parte desse tempo é destinado aos estudos da área matemática. Então, por que grande parte das crianças conclui essa etapa do ensino sem dominar ao menos as técnicas operatórias?

Permaneci quatro anos nessa função e fui então indicada, no ano de 2005, a participar da equipe pedagógica da Secretaria Municipal de Educação. Tornei-me responsável, com os demais membros da equipe, pelo direcionamento pedagógico não mais de uma escola, mas de cinco escolas municipais. As indagações a respeito da dificuldade de interpretação matemática por parte dos professores das outras escolas não eram diferentes. As respostas giravam sempre em torno das metodologias, do material a ser utilizado e da maneira como direcionar a aula, porém



faltavam subsídios teóricos para compreendermos como acontece o desenvolvimento do pensamento da criança.

Em 2005, passamos a fazer estudos bibliográficos, proporcionados pela Secretaria Municipal de Educação, e começamos a repensar as intervenções pedagógicas com base nas teorias estudadas, diferentemente da formação recebida até aquele momento.

Em 2008, mesmo não me sentindo preparada, aceitei um convite para atuar na formação de professores na área de matemática em alguns municípios. O desafio inicial foi grande, pois, como iniciante, principalmente na questão teórica, busquei fundamentos de matemáticos para obter as respostas sobre as razões da dificuldade de interpretação matemática. Sabia que os mesmos questionamentos estariam em pauta. Dentre as leituras iniciais, fiz a opção de abordar nas formações ministradas o matemático Polya (2006), que apresentava a proposta de que a solução de um problema matemático deve passar por fases: compreender o problema, estabelecer um plano, executar esse plano e verificar os resultados. No entanto, Polya (2006) argumentava que o estudante deveria ser um leitor hábil. Malta (2004) também seguia essa linha de pensamento, dizendo que a capacidade de expressar com clareza o raciocínio é equivalente à capacidade de entender os resultados matemáticos. Essas teorias contribuíram significativamente nos direcionamentos didáticos, entretanto, eu intencionava compreender como acontece o desenvolvimento do pensamento dos estudantes ao aprenderem os conteúdos matemáticos.

Como os estudos que vinha fazendo na formação oferecida pela Secretaria Municipal de Educação eram pautados na Teoria Histórico-Cultural, necessitava de autores matemáticos dessa mesma linha teórica. Na ocasião, os formadores me indicaram José Roberto Boettger Giardinetto. Ao ler seus textos, comecei a me certificar de que estudar os conceitos básicos da Teoria Histórico-Cultural seriam imprescindíveis. Continuei a buscar fundamentos matemáticos para as indagações, mas foram as leituras da obra de Dante (2008) que fizeram a diferença, pelo fato de sua teoria relacionar as dificuldades de interpretar matemática com a aprendizagem conceitual:

Os alunos só podem dar significado à Matemática se compreendem os seus conceitos e significados. Por exemplo, o aluno só compreenderá a adição com reserva ( $19+17$ ) ou a subtração com reagrupamento ( $32-15$ ) se

dominar o conceito de valor posicional (unidade, dezena) no sistema de numeração decimal. O aluno só conseguirá resolver problemas envolvendo as quatro operações se dominar bem os conceitos, as ideias da adição (juntar quantidades e acrescentar uma quantidade a outra), da subtração (tirar e comparar), da multiplicação (juntar quantidades iguais, disposição retangular) e da divisão (repartir igualmente e medida) (DANTE, 2008, p. 45).

Esse excerto do autor foi fundamental na definição de meus estudos, pois confirmou a ideia de que os alunos só conseguiriam interpretar se dominassem os conceitos das operações. Desse momento em diante comecei a direcionar meus estudos para a aprendizagem conceitual, ao mesmo tempo em que selecionava materiais que favorecessem a aprendizagem dos conceitos matemáticos, como os blocos lógicos, a escala Cuisenaire e o material dourado.

Em 2011 iniciei o Curso de Especialização Interdisciplinar em Ciências Humanas – CEICH, na Universidade Estadual do Paraná (Unespar), campus de Paranavaí. Cursar o CEICH não foi nada fácil, foram necessários muito empenho e muita dedicação nos estudos, começando pela etapa do processo seletivo, e, após o ingresso, a disposição de horas reservadas diariamente às leituras e ao início da escrita científica.

O curso de especialização resultou na monografia intitulada “Considerações Psicológicas e Didáticas sobre a Apropriação dos Conceitos da Adição e da Subtração no 4º ano do Ensino Fundamental”. Durante a pesquisa desenvolvemos um trabalho de investigação, com o objetivo de analisar como os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental se apropriam dos conceitos da adição e da subtração. Observamos que o ponto crítico do processo de ensino e aprendizagem do conceito da subtração está centrado na compreensão da ideia de comparar, ou seja, a maior dificuldade encontra-se em compreender as razões pelas quais usamos a subtração quando comparamos quantidades.

A partir desse trabalho, comecei a aproximar as causas da dificuldade de interpretação matemática com a não apropriação dos conceitos das operações matemáticas.

Esta aproximação trouxe à tona a indagação que subsidia a presente pesquisa: – Por que alunos que sabem resolver os algoritmos, muitas vezes, não sabem aplicá-los para resolver os problemas matemáticos? A esse questionamento, a presente pesquisa propõe-se, por meio do estudo teórico, da investigação

documental e pesquisa de campo, conhecer o nível de consciência da ação de subtrair por intermédio da análise da manifestação da linguagem.

No esforço de estudar, debater e confrontar o objetivo aqui proposto, optamos pela Teoria Histórico-Cultural (THC), por acreditar que ela sustenta a necessária profundidade teórica e a correta apreensão do objeto da pesquisa.

Para atender ao objetivo da presente pesquisa, além dos estudos teóricos, desenvolvemos intervenções matemáticas, sobre a subtração, com alunos do quarto ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de Alto Paraná-PR.

Ao rastrear a produção científica nessa área, realizamos um levantamento bibliográfico, no portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Capes, buscando, por intermédio dos resumos, as teses e as dissertações produzidas no Brasil, a partir dos termos: ensino de matemática, ensino fundamental e Teoria Histórico-Cultural. Esse levantamento não teve a intenção de quantificar as pesquisas, mas de conhecê-las, a fim de nos apropriarmos dos estudos realizados em nível de mestrado e doutorado que pudessem contribuir com os encaminhamentos desse trabalho.

Dentre as inúmeras pesquisas identificadas pelos critérios anteriormente citados, selecionamos três para discorrer sobre suas contribuições. O principal critério de escolha das três pesquisas está diretamente relacionado ao enfoque do ensino da matemática de acordo com os pressupostos da perspectiva teórica aqui adotada. Os critérios secundários apresentam algumas especificidades: na primeira pesquisa, o interesse foi pelo método de resolução de problemas a partir de questionamentos relacionados às dimensões político-sociais. Na segunda pesquisa, o interesse sobreveio, por investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental e a organização curricular de matemática. A terceira pesquisa nos chamou a atenção por tratar da possibilidade de se trabalhar com a reta numérica nas discussões sobre o conceito da subtração. Ou seja, essas três pesquisas, além da afinidade dos fundamentos teóricos, apresentam uma relação entre os conteúdos matemáticos abordados e o objeto de nossa pesquisa.

A primeira pesquisa foi realizada em nível de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista/campus de Bauru, por Geraldo Antonio Bergamo, no ano de 2006, sob a orientação da prof. Dr.<sup>a</sup> Sueli Terezinha Ferreira Martins Ferreira,

intitulada “Fundamentos Teóricos do Método de Resolução de Problemas Ampliados”.

A pesquisa trata da fundamentação teórica do Método de Resolução de Problemas Ampliados (MRPA), que foi elaborado para a disciplina de matemática do ensino básico. Esse método foi aplicado nos cursos de formação de professores de matemática, na Faculdade de Ciências/Unesp, no ano de 2002. De acordo com Bergamo (2006), esse método consiste em trabalhar com a resolução de problemas, ressaltando, a partir de questionamentos, as dimensões político-sociais que guardam relações de significado com a temática dos problemas enfocados. Uma das fases da pesquisa trata da análise detalhada dos conceitos matemáticos, apresentados na proposta curricular do ensino médio.

A defesa de Bergamo (2006) é que, ao aprofundarmos o entendimento de conceitos matemáticos, apropriamo-nos de meios de trabalho historicamente desenvolvidos. Os fundamentos dessa pesquisa apresentam uma faceta de cunho político-ideológico, isto é, ao se expor as concepções de Vigotski, Davidov e de Leontiev, define-se o campo em que eles foram elaborados, o de uma educação socialista. Essa pesquisa ressalta e defende que é possível, e necessário, um processo de ensino e aprendizagem com fundamento socialista no bojo do capitalismo. Além desse aspecto político-ideológico, a pesquisa aponta e analisa exemplos de textos de problemas ampliados, desenvolvidos por professores em curso de formação continuada, após os debates de temas que envolvem problemas socioeconômicos.

As propostas para a aplicação do Método de Resolução de Problemas Ampliados (MRPA) colocam o professor de matemática e seus alunos em constante tensão para entendimento das estruturas de poder que permeiam o meio em que vivem. Acredita-se que tal contribuição para a aula de matemática pode auxiliar na formação da cidadania, e o processo proposto no MRPA seria uma forma de gerar possibilidades para que isso aconteça.

A pesquisa aborda as concepções de Vigotski, como conceitos espontâneos e científicos, desenvolvimento das funções psicológicas superiores e meios externos de pensamento. Apresenta também algumas considerações de Davidov e Leontiev sobre as implicações desse aporte teórico para a educação escolar. Bergamo (2006) ressalta e defende que, para esses autores, é necessário um processo de ensino e aprendizagem com fundamento socialista em meio ao capitalismo.

A segunda pesquisa foi realizada em nível de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal de Santa Maria-RS, por Halana Garcez Borowsky Vaz, em 2013, sob a orientação da prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Anemari Roeshel Luersen Vieira Lopes, intitulada “A Atividade Orientada de Ensino como Organizadora do Trabalho Docente: a Experiência do CLUMAT na Formação de Professores dos Anos Iniciais”. Esse Clube de Matemática levava inicialmente aos alunos atividades complementares, elaboradas pela professora dos anos iniciais do ensino fundamental. Como decorrência desse trabalho e de parcerias firmadas, surgiu o projeto “Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e Práticas de Organização do Ensino”, financiado pela Capes. O projeto é composto por quatro núcleos, quais sejam: Universidade Federal de Santa Maria, Universidade de São Paulo/São Paulo, Universidade de São Paulo/Ribeirão Preto e Universidade Federal de Goiás. Tal projeto tem como objetivo investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos e a organização curricular de matemática. A preparação das atividades aconteceu nos encontros semanais no espaço da universidade, onde foram discutidas e planejadas as ações a serem desenvolvidas na escola.

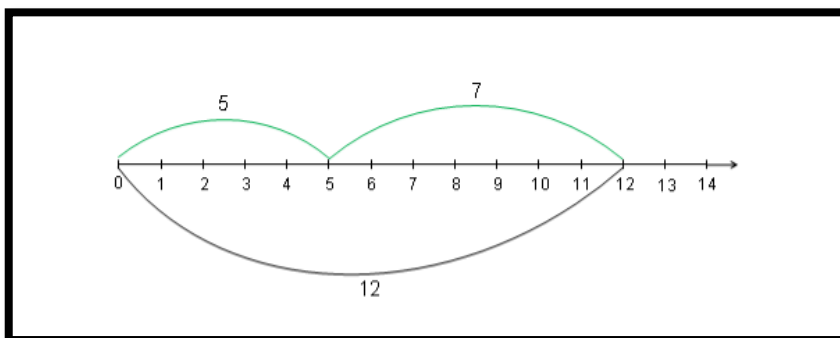
Os direcionamentos pedagógicos do projeto consistem em elaborar uma atividade de ensino que possibilite aos alunos a apropriação da linguagem geométrica, visando à apreensão dos conceitos geométricos envolvidos na atividade de ensino. Vaz (2013) define que o objetivo do estudo é investigar o processo de formação de professores em um grupo que trabalhe sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e da Atividade Orientadora de Ensino.

A terceira pesquisa, realizada em nível de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná por Josélia Euzébio da Rosa, em 2012, sob orientação da prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Tereza Carneiro Soares e coorientação do Prof. Dr. Ademir Damazio, intitulada “Proposições de Davydov para o Ensino de Matemática no Primeiro Ano Escolar: Inter-relações dos Sistemas de Significações Numéricas”.

A tese, segundo Rosa (2012), é de natureza teórica e investiga os possíveis nexos e relações entre os sistemas de significações nas proposições davydovianas, para introdução do conceito de número. Os fundamentos teóricos e metodológicos da investigação derivam da Teoria Histórico-Cultural, com ênfase nas questões filosóficas, psicológicas e matemáticas. A abordagem que nos chamou a atenção

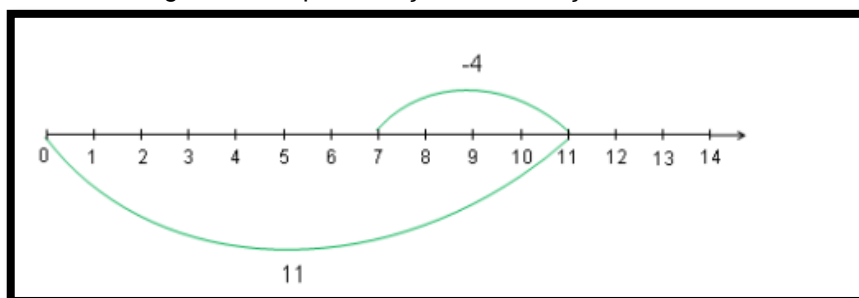
trata da possibilidade de se trabalhar com a reta numérica nas discussões sobre o conceito da subtração. Na reta numérica, a contagem para frente representa a adição, e para trás, a subtração, como observamos nas figuras abaixo:

Figura 1 – Representação da adição  $5 + 7 = 12$ .



Fonte: Rosa (2012, p. 210).

Figura 2 – Representação da subtração:  $11 - 4 = 7$ .

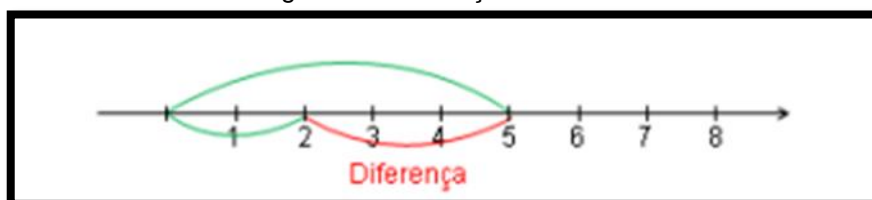


Fonte: Rosa (2012, p. 216).

Por intermédio da reta numérica ficam expressos evidentemente o minuendo (11), o subtraendo (4) e o resto/diferença (7).

Outro apontamento que também facilita a compreensão e que perpassa nossa pesquisa é a utilização da subtração para comparar quantidades.

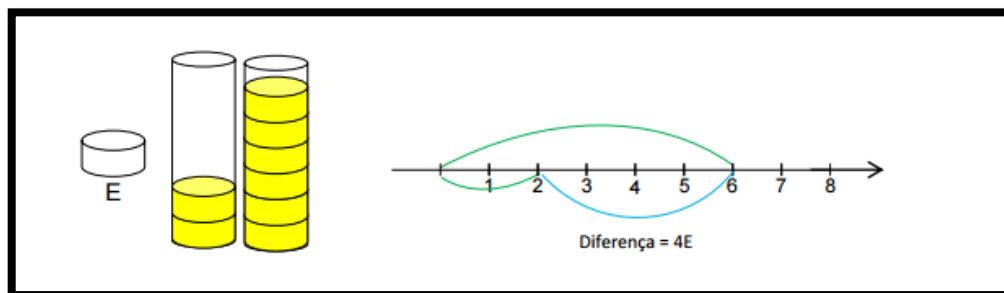
Figura 3 – Diferença entre 5 e 2.



Fonte: Rosa (2012, p. 190).

Acompanhando as atividades da reta numérica, ocorre a execução da tarefa de análise de dois recipientes de tamanhos diferentes, com volumes de líquidos diferentes. Como vemos na figura a seguir, que representa a adição  $2 + 4 = 6$ :

Figura 4 – Representação da reta numérica e recipientes.



Fonte: Rosa (2012, p. 193).

Conforme a análise de Rosa (2012), os livros didáticos brasileiros introduzem a adição, depois a subtração e, finalmente, a inter-relação entre ambas. No entanto Rosa diz que, para Davydov, o movimento é o oposto. Primeiro se estuda a conexão geneticamente inicial do movimento inverso entre ambas, depois se analisam as especificidades de cada uma, e, finalmente, retoma-se o sistema integral para introdução de resolução de problemas que envolvem as duas operações.

Rosa (2012) também explica que é a partir da diferença entre grandezas que Davydov introduz a interconexão do movimento inverso das operações de adição e subtração na reta numérica. O conhecimento teórico de tais operações surge no processo de análise da diferença entre grandezas, base geneticamente inicial de ambas as operações.

Apesar da existência de poucas pesquisas que envolvem a temática de nosso estudo, cremos ter demonstrando que há tentativas na direção de desenvolver uma proposta pedagógica para a matemática a partir da Teoria Histórico-Cultural.

Sforni (2015a), em busca de compreender as contribuições dessa teoria para o ensino, justifica que os autores clássicos da Teoria Histórico-Cultural, como Vigotski, Luria e Leontiev, não tinham como objetivo a elaboração de uma teoria de ensino. Essa tarefa coube a outros autores russos, como P. Y. Galperin, V. V. Davidov e N. Talizina, que elaboraram propostas de ensino com base em pressupostos da Teoria Histórico-Cultural.

Para atender ao objetivo aqui proposto, organizamos esta pesquisa em quatro seções. Na segunda seção, intitulada “Teoria Histórico-Cultural: considerações

iniciais”, apresentamos os fundamentos históricos no início do século XX e as informações biográficas de Vigotski. Nessa mesma seção, incluímos o estudo de alguns conceitos e processos funcionais da Teoria Histórico-Cultural. Finalizamos discorrendo sobre a evolução do pensamento infantil da fase sincrética à formação de conceitos. Com o intuito de abordar um estudo especificamente pedagógico, incluímos os estudos de autores russos sobre a importância da organização do ensino para o desenvolvimento psicointelectual, acrescido dos pressupostos psicológicos para a resolução de problemas matemáticos.

Na terceira seção, intitulada “Subtração: origem histórica, conceito matemático e análise dos documentos oficiais”, tratamos primeiramente dos conteúdos matemáticos da subtração e, em seguida, da história do surgimento da operação matemática e do símbolo que a representa. Nessa mesma seção fizemos uma análise de como o conceito da subtração se apresenta nos documentos oficiais: Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná (1990), Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e as Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do Estado do Paraná (2008).

Na quarta e última seção, intitulada “Análise das manifestações da linguagem dos alunos nas tarefas de intervenções matemáticas”, relatamos e analisamos, à luz das teorias estudadas, as tarefas desenvolvidas em uma turma de quarto ano do ensino fundamental.

A pesquisa teve a aprovação do Comitê Permanente em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, da Universidade Estadual de Maringá, sendo aprovada no dia 28 de junho de 2015.



## 2 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL: CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Vigotski, fundamentado nos princípios da teoria materialista histórica dialética, dedicou-se rigorosamente aos estudos da relação entre aprendizagem e desenvolvimento, considerando que “a aprendizagem escolar orienta e estimula processos internos de desenvolvimento” (VIGOTSKI, 2006, p. 116). Ele prestava muita atenção à maneira como a aprendizagem guiava o desenvolvimento intelectual das crianças, ativando numerosos processos que, sem a aprendizagem, afirmava ele, não poderiam desenvolver-se por si mesmos.

Sabemos que, para realizar essas observações, Vigotski usou o método experimental, cujo centro das pesquisas passou a ser os estudos do processo de desenvolvimento das *funções psicológicas superiores*.

Os estudos evoluíram a partir da hipótese de Vigotski de que as funções psicológicas superiores dos seres humanos surgiam por meio da intrincada interação de fatores biológicos, que são parte de nossa constituição como *Homo Sapiens*, e de fatores culturais que evoluíram ao longo de dezenas de milhares de anos da história humana. Seus estudos resultaram na teoria psicológica denominada histórico-cultural, para Vigotski, o homem é resultado das relações históricas e sociais que a humanidade desenvolveu.

### 2.1 VIGOTSKI E SUA FORMAÇÃO INTELECTUAL

Nesse momento, consideramos importante entender a vida de Vigotski e o contexto histórico em que ele viveu, por compreendermos que a ciência é uma atividade estritamente humana e suas produções refletem a busca por respostas a questões apresentadas em determinado período. Seria inviável estudar o desenvolvimento da Teoria Histórico-Cultural fora dos fatos, ou seja, desconsiderar a situação da antiga URSS no final do século XIX e início do século XX: cenário de fome e miséria, 90% da população analfabeta, milhões de crianças órfãs perambulando pelas ruas, país socialista, arrasado pela guerra mundial e civil. Foi nesse contexto histórico, repleto de fortes turbulências históricas

e culturais, que Vigotski e demais pesquisadores criaram os fundamentos de sua teoria.

Se a produção da ciência reflete a busca por respostas às questões apresentadas em determinado período, assim como a antiga Rússia, o Brasil passa por um período repleto de fortes turbulências históricas e culturais. A presente pesquisa não está isenta do contexto da situação socioeconômica brasileira, como também da comunidade escolar onde aconteceu as intervenções: de acordo com o Atlas de Desenvolvimento Humano Municipal (2013), no município de Alto Paraná, 20% da população mais pobre se apropriam de apenas 5,37% da renda; 37,17% das crianças estão em situação vulnerável à pobreza; 10,38% da população é analfabeta; o aumento da criminalidade assusta os munícipes (BRASIL, 2013a). Segundo o projeto político-pedagógico da escola (ALTO PARANÁ, 2015), dos alunos matriculados, somente 37% não têm casa própria, 72% dos alunos não têm acesso à rede de internet e o IDEB em oito anos aumentou apenas 1 ponto.

Perante esses dados apresentados da situação, é inadmissível uma educação sem a ausência do debate sobre as razões dessa conjuntura. Teorias que apresentam como pressupostos educacionais o “aprender a conhecer”, o “aprender a fazer”, o “aprender a ser” e o “aprender a viver juntos” são ineficientes para superar a situação de não aprendizagem e a vulnerabilidade social. É inadmissível, perante essa situação apresentada, buscar teorias que admitam permear os conteúdos escolares por coesão social, solidariedade, equidade, harmonia. São princípios que defendem a permanência da desigualdade social. É necessária uma teoria que apresente um potencial para se pensar a organização do ensino em que a aprendizagem dos conhecimentos escolares deixe de ser privilégios de poucos para se transformar em direito de todo cidadão. Conhecimentos que potencializem os alunos para atuar na sociedade com consciência e não os remetam ao aprendizado de “aprender a ser” conformado com a situação de empobrecimento. Somente uma teoria que estabeleça, em sua essência uma educação que implica em ações capazes de alterar a sociedade, cuja base é a relação entre classes desiguais, seria capaz de promover o ensino e provocar mudanças sociais em favor da classe empobrecida.

A compreensão desse contexto em que foi elaborada a psicologia de base marxista apontava para a relevância da Teoria Histórico-Cultural para educação

escolar, por apresentar um potencial para se pensar uma forma de organização do ensino de conteúdos escolares com vista ao desenvolvimento humano.

Segundo Prestes (2010), Lev Semionovitch Vigotski nasceu em 1896, em Orcha, mas sempre considerou Gomel sua cidade natal, onde viveu desde bebê e conheceu a mulher com quem se casou e teve duas filhas, Guita e Assia. Vigotski não frequentou a escola primária, estudava em casa e conseguiu ingressar direto na 6ª série do ginásio masculino de Gomel, após prestar os exames referentes ao conteúdo das primeiras cinco séries. Destacava-se pela sua altura e principalmente pelo conhecimento que tinha, pois desde muito cedo se interessava por filosofia.

Percebemos que a formação familiar de Vigotski foi excepcional. A própria família ofereceu os primeiros anos de estudo, uma formação privilegiada em casa, sendo presenteado, pelo pai, com o livro *Ética*, de Spinoza. Vigotski leu um livro que estava proibido na Rússia czarista, mas sua família considerava esses conhecimentos importantes para a formação do caráter, tornando Vigotski um homem comunicativo e respeitoso, que sabia unir conhecimentos e valores.

Prestes (2010) relata que, aos 17 anos, em 1913, Lev Semionovitch terminou o ginásio e, cedendo às recomendações dos pais, ingressou na Faculdade de Medicina da Universidade Imperial de Moscou, onde estudou apenas por um mês, transferindo-se para a Faculdade de Direito na mesma universidade. Ao mesmo tempo conseguiu ingressar no Departamento Acadêmico da Faculdade de História e Filosofia da Universidade Popular Chaniavski, que na época abrigou os mais brilhantes cientistas e pesquisadores.

Segundo Prestes (2010), o interesse pela psicologia foi despertado ainda quando Vigotski era estudante, influenciado pelo professor Iulii Airrenvald, da Universidade Chaniavski. Vigotski também produziu alguns espetáculos teatrais. Ao término dos dois cursos universitários, em 1917, retornou para Gomel, onde lecionou literatura em uma escola e, ao mesmo tempo, engajou-se no trabalho de formação de crianças e adolescentes, além de atuar como diretor do subdepartamento teatral. Como diretor do Departamento Artístico, participou da criação e da edição da revista semanal *Veresk*, além de lecionar lógica, psicologia, estética, teoria da arte e filosofia.

Até esse momento histórico analisado, Vigotski se preparava para o trabalho que mais tarde desenvolveria com muito empenho. Ao analisar sua trajetória de vida, constatamos seu empenho nos estudos e em atividades relacionadas à cultura, ao

teatro, à leitura e à educação. Ainda em Gomel, Vigotski assumiu a organização do gabinete de psicologia na Escola Técnica de Pedagogia, onde passou a desenvolver atividades científicas de pesquisa e práticas voltadas à pedagogia e à psicologia experimental, que impulsionaram seus estudos científicos na psicologia. Todo o material resultante foi organizado em cinco trabalhos científicos e dois deles foram apresentados no 2º Congresso Russo de Neuropsicologia, realizado em Petrogrado em 1924. A apresentação de Vigotski despertou curiosidade por parte dos participantes do evento. Entre eles, estava Luria, que ficou impressionado com a sua exposição (PRESTES, 2010).

Luria (2006) relata que, quando Vigotski foi apresentar seu trabalho, não tinha texto escrito, nem mesmo notas, mas falou fluentemente, seu desempenho foi notável, mesmo tendo escolhido um dos temas mais difíceis e debatidos no congresso. Luria afirma que Vigotski defendeu a posição segundo a qual o estudo da consciência deveria permanecer no campo da psicologia, argumentando que ela deveria ser estudada por meios objetivos. A raiz de seu pensamento já demonstrava a influência do materialismo histórico e dialético. Nessa época Vigotski tinha 28 anos, mas sua fala durante o congresso foi notável a ponto de ser convidado a ser pesquisador do Instituto de Psicologia Experimental de Moscou. No Instituto Vigotski passou a compor o grupo de pesquisa de A. R. Luria e A. N. Leontiev, que recebeu o nome de *troika*.

Segundo Luria (2006), com Vigotski na liderança, o grupo começou a fazer uma revisão crítica da história e da situação da psicologia na Rússia e no resto do mundo, com o propósito de criar um modo mais abrangente de estudar os processos psicológicos humanos. Luria considerava Vigotski um gênio incomparável pela clareza da mente, pela capacidade de antever o desenvolvimento futuro de sua ciência e de ser um líder reconhecido na *troika* como o maior teórico do marxismo.

Em 1924, após finalizar alguns estudos, Prestes (2010) diz que Vigotski mergulhou nos problemas da defectologia. A recém-formada União Soviética enfrentava muitos problemas, dentre eles, o abandono de muitas crianças órfãs em função da guerra civil e também a fome e a miséria. Vigotski estudava cuidadosamente os problemas de instrução e educação dessas crianças com desenvolvimento diferenciado, criticava a postura da pedagogia que as considerava deficientes. Diante da situação apresentada, Vigotski aprofundou seus estudos

teóricos sobre o assunto, realizou alguns experimentos com crianças, sistematizando desse modo suas ideias.

Segundo Prestes (2010), para se fortalecer no poder, Stalin iniciou a “caça às bruxas” e adotou a censura e a repressão como armas para atingir seus objetivos. Os anos entre 1920 a 1930 foram marcados por uma reviravolta na cultura, na ciência e na educação. As produções científicas passavam pelo crivo da censura e tinham que declarar seus fundamentos marxistas para serem publicadas. O marxismo se transformara em dogma e Vigotski tinha um compromisso com esse novo regime. A psicologia também foi atingida pela luta ideológica. As ideias de Marx, Engels e Lenin se transformaram em dogmas e deveriam, a partir de então, fundamentar qualquer trabalho científico. Essa situação influenciou os trabalhos de Vigotski e de seu grupo ao desenvolver o método para a psicologia, fundamentado no método marxista.

O marxismo, de certa forma, abriu possibilidade para aqueles que acreditavam numa nova sociedade, porém ele foi adaptado ao regime pessoal de Stalin, da autocracia, que propagava a ideologia repressiva.

Segundo Prestes (2010), Vigotski aderiu ao novo governo e continuou a dedicar-se de corpo e alma aos problemas que o país enfrentava com as crianças. Seus estudos tiveram como base suas observações em Gomel, onde escreveu sobre a pedagogia e fez muitas críticas aos pedólogos e seus métodos. Dizia que deveriam fazer o acompanhamento da criança por meio de métodos científicos e apresentar direcionamentos para a aprendizagem. Suas críticas não passaram despercebidas e Vigotski, então, começou a ser criticado pelos pedólogos. Em 1936 os testes psicológicos e o nome Vigotski passaram a ser proibidos na Rússia. Todo aquele que fazia referência à pedagogia sofria tortura ou sua vida era interrompida.

Conforme entrevista da filha de Vigotski – Guita Lvovna Vigodskaia –, concedida em Moscou em 09 de novembro de 2007 a Zoia Prestes, a *troika*, constituída por Vigotski, Leontiev e Luria, reunia-se na casa de Vigotski e sua filha ouvia a conversa e os estudos do grupo até tarde da noite. Além da *troika*, Guita relatou que também existiu a *vosmiorka*, composta por Zaporozets, Morozova, Levina Rosalevguenievna, Bojovitch Lidiállinichna, Slavina Leia Salomonovna e Leontiev, Luria e Vigotski. Todos juntos começaram a pensar e a desenvolver, a partir de 1927, a Teoria Histórico-Cultural. Guita descreveu que cada membro recebia uma tarefa específica e alguns ainda eram estudantes. Cada um estudava o que lhe

competia e nas reuniões da *vosmiorka* cada participante apresentava o seu relatório, discutia-se o que cada um conseguira obter e planejavam-se os próximos passos.

Os estudos de Vigotski estão sustentados pelos conceitos de “cultura”, “histórico” e “instrumental”, que, segundo Luria (2006, p. 26), retratam os diferentes traços da nova forma de estudar a psicologia. “Instrumental” refere-se à natureza mediadora de todas as funções psicológicas complexas que se incorporam nos estímulos auxiliares, produzidos pela própria pessoa. Nesse aspecto, o adulto, além de responder aos estímulos, também os influencia e provoca alterações que se tornam instrumentos de seu comportamento. O aspecto “cultural” envolve os meios estruturados pela sociedade como, por exemplo, os estímulos recebidos pelos costumes, tradições e valores, ou seja, os instrumentos físicos ou mentais de que a criança em desenvolvimento dispõe.

Luria (2006) expõe que Vigotski deu ênfase especial à função da linguagem na organização e desenvolvimento dos processos de pensamento. Quanto ao “histórico”, trata-se de um aspecto que está intrinsecamente ligado ao cultural, uma vez que o desenvolvimento da cultura foi produzido e aperfeiçoado pelo próprio homem, passando a compor a história. Nesse contexto, para Luria (2006), os três aspectos da teoria são aplicáveis ao desenvolvimento infantil, pois, quando a criança nasce, ela depende inteiramente do adulto, suas respostas são dadas em função dos processos naturais, especialmente daquelas proporcionadas por sua herança genética. Pela constante interação com os adultos, começam a se formar processos psicológicos instrumentais mais complexos. Inicialmente esses processos acontecem por meio dessa interação, mas, à medida que as crianças crescem, sua constituição se dá de forma autônoma.

## 2.2 DESENVOLVIMENTO DOS PROCESSOS FUNCIONAIS<sup>1</sup> E A APROPRIAÇÃO DO CONCEITO À LUZ DA TEORIA VIGOTSKIANA

A Teoria Histórico-Cultural tem suas origens, como descrevemos anteriormente, nos estudos de Lev Semenovich Vigotski (1896-1934), que, por sua vez, procurou entender a psicologia do início do século XX e, concomitantemente,

---

<sup>1</sup> Vigotski nomeia as Funções Psicológicas Superiores de processos psíquicos e Martins de processos funcionais. Optaremos pela terminologia de Martins.

desenvolveu estudos que demonstravam a relevância da mediação social no desenvolvimento humano. Para compreender a teoria vigotskiana, elegemos alguns conceitos que nortearão as análises das tarefas escolares sobre o nível de consciência dos alunos na ação de subtrair. Dentre eles, o desenvolvimento social das *funções psicológicas superiores, a mediação, a zona de desenvolvimento e os conceitos espontâneos e científicos*.

### 2.2.1 Funções psicológicas superiores

A essência dos estudos de Vigotski, como sinalizamos anteriormente, encontra-se na análise da natureza social do psiquismo humano. Martins (2013, p. 106) ressalta que “somente pelas vias das ‘leis históricas’ de uma psicologia histórica – o psiquismo humano poderia ser explicado em sua concretude”.

Vigotski (2001) denomina de *Funções Psicológicas Superiores (FPS)* aquelas funções mentais que caracterizam o comportamento consciente do homem. Pela importância desse tema para nossa pesquisa e pela limitação do tempo de escrita, não temos condições de estudar os textos primários de Vigotski. Por essa razão recorreremos aos estudos desenvolvidos por Martins (2013) sobre a obra de Vigotski (1931/2000),<sup>2</sup> em que ela analisa os traços essenciais e os princípios gerais da *História das Funções Psíquicas Superiores*, componente do volume III das Obras Escolhidas.

De acordo com Martins (2013, p. 106), Vigotski não apresentou fundamentos conclusivos acerca de quais sejam as *funções psíquicas superiores*, mas confirma que o autor russo menciona os conceitos “vontade (impulsiva/previsora), atenção (voluntária/involuntária), memória (lógica/mecânica), imaginação (criadora/reprodutora), sensação (superior/inferior) e pensamento (conceitual/figurativo)”.

Além disso, Martins esclarece que a sua expressão FPS aparece como sinônimo de *processos complexos, formas complexas ou culturais de comportamento, comportamento superior, forma superior e complexa de reação*.

---

<sup>2</sup> VYGOTSKI, L. S. Historia Del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. In: \_\_\_\_\_. **Obras escogidas**. 2. ed. Madrid: Visor, 2000. Tomo III, p. 11-340. Publicado originalmente em 1931.

Martins (2013) declara que Vigotski considera que tanto as funções psíquicas elementares como as superiores são resultados da interiorização de funções sociais, pois o homem não é um ser passivo. Ele atua sobre o mundo agindo nas relações sociais, transformando a realidade e, conseqüentemente, a si mesmo. Leontiev (1978, p. 275), ao afirmar que “o homem é um ser de natureza social, que tudo o que tem de humano nele provém da sua vida em sociedade, no seio da cultura criada pela humanidade”, indica que a experiência de cada pessoa está intimamente ligada à história da humanidade, pois, ao nascer, apropriamo-nos da cultura acumulada pela humanidade, caso contrário, cada novo indivíduo que nasce teria que inventar tudo novamente. Podemos citar como exemplo dessa apropriação o uso dos símbolos numéricos, que pode ser apropriado por uma criança de quatro ou cinco anos, que, no entanto, a humanidade levou milhares de anos para sistematizar. Isso pressupõe que a apropriação da cultura acumulada é especificamente uma característica humana, pela capacidade de transmissão de conhecimentos adquiridos anteriormente.

Quiçá essa apropriação toda a toda a humanidade tivesse acesso. Na sociedade capitalista onde vivemos, esse conhecimento socialmente produzido não é transmitido para todos. Para a classe empobrecida, privada de saberes, sobra “o aprender a aprender”<sup>3</sup>.

Conforme Martins (2013) analisa, toda função psíquica superior passa por uma etapa externa de desenvolvimento, pois o seu ponto de partida é uma função social. Nas palavras de Vigotski:

[...] Detrás de todas as funções superiores e suas relações se encontram geneticamente as relações sociais, as autênticas relações humanas. [...] Por isso, o resultado fundamental da história do desenvolvimento cultural da criança poderia ser denominado como a sociogênese das formas superiores de comportamento (VIGOTSKI, 1995, p. 150).

Em suma, toda função, tanto a elementar como a superior, tem seu início no meio externo, como determinação das relações entre os homens. Portanto, quanto mais rica as experiências do sujeito e quanto maior for o seu acesso aos bens culturais, maior será o seu desenvolvimento psíquico.

---

<sup>3</sup> “Aprender a aprender” foi um lema defendido pelo movimento escolanovista e adquiriu novo vigor na retórica de várias concepções educacionais contemporâneas. Duarte (2001) denomina pedagogias do “aprender a aprender” ao criticar as apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana.



Nessa direção, Martins (2013) afirma que as *FPS* são o resultado da interiorização de funções sociais, em decorrência das quais as inferiores transferem o lugar para as formas superiores de comportamento. Nesse contexto, as formas inferiores não se ausentam, mas adotam formas mais complexas.

De acordo com Martins (2013, p. 112), Vigotski não esteve alheio à existência dos processos referentes às funções psicológicas elementares, caracterizadas pela fusão entre a situação e a reação da criança, sua percepção, ações e afetos, consideradas reações involuntárias do ser humano. Vigotski, segundo a autora, denominou esses processos de “*inferiores ou elementares*”, “*formas inferiores de conduta*” ou “*formas naturais de comportamento*”.

Martins (2013) afirma que o desenvolvimento não ocorre de modo uniforme, mas apresenta ritmos e proporções diversas, tanto em relação ao ponto de vista orgânico como também em relação ao psicológico. A autora assegura que as experiências da pessoa com a realidade física e social são consideradas o “motor” de seu desenvolvimento psicológico. Essa afirmação potencializa a educação, ou seja, quanto mais enriquecidas forem as experiências escolares dos alunos, maior será o seu desenvolvimento.

Vigotski, segundo Martins (2013), critica a cronologia como parâmetro para determinação dos fenômenos do desenvolvimento e adverte que é preciso investigar a razão pela qual certos fenômenos tendem a ocorrer em determinada idade. Martins diz que, para Vigotski, somente uma metodologia diferente daquelas aplicadas pela psicologia tradicional poderia dar uma resposta a essa indagação. De acordo com Martins (2013, p. 106), “Vigotski postulou que apenas pela via de uma ‘psicologia histórica’ o psiquismo humano poderia ser explicado em sua concretude”.

Nessa direção, Vigotski afirmava que no estudo da realidade não bastava apenas separar os elementos que a compõem e explicá-los, mas tornava-se imprescindível estabelecer as relações entre eles, passando da análise descritiva para a explicativa.

Nesse sentido, para superar o método de análise da psicologia tradicional, segundo Martins (2013), Vigotski definiu três princípios. O primeiro deles refere-se à *diferença entre a análise do objeto e a análise do processo*, princípio que aponta a limitação da psicologia tradicional, pois ela insistia em decompor o objeto de estudo em partes e estudá-las separadamente. Por intermédio desse posicionamento,

Vigotski afirmava que pouco se avançava no estudo do psiquismo, era preciso analisar o processo e sua dinâmica.

Na interpretação de Martins (2013), para Vigotski, não bastava apenas o confronto entre o objeto e o processo. Era necessário descobrir as relações que sustentam a existência dos elementos da realidade. Portanto, o segundo princípio referia-se às tarefas *descritivas e explicativas*, pois as explicações científicas são exatamente a superação de processos descritivos.

O terceiro princípio refere-se à impropriedade de se tomar os processos superiores como resultados acabados ou *fossilizados*. É necessário converter o *objeto em movimento* e o *fossilizado em processo*, tendo em vista a forma superior de conduta em seu aspecto dinâmico. De acordo com Martins (2013, p.85), “a totalidade dinâmica é sempre o ponto de partida do desenvolvimento, que não se direciona das partes para o todo, mas, do todo para a complexificação das suas partes”.

Retomando as análises de Martins (2013), perguntamos: – Como se originam as *FPS*? Para responder a essa questão, a autora relata que Vigotski especificou sinteticamente as características essenciais do desenvolvimento das *funções psíquicas superiores*, por intermédio do anúncio de quatro teses: a primeira se refere à necessidade de *reconhecimento da base natural das formas culturais de comportamento*. A esse respeito, Martins (2013, p. 100) declara que “a história do comportamento cultural é a história das transformações que os objetivos humanos provocam em suas bases naturais”, pois o desenvolvimento da cultura está intimamente ligado ao desenvolvimento provocado pelos objetivos humanos, ou seja, o homem, ao buscar a satisfação de suas necessidades, alça seus objetivos, produz conhecimentos e instrumentos e, em decorrência disso, transforma a si mesmo.

A segunda tese refere-se ao funcionamento *sistêmico das formas superiores de conduta*. De acordo com Martins (2013, p.100), “as funções complexas operam em ‘rede’, de modo intervicular e interdependente”. Nesse sentido, compreendemos que as funções superiores não se estabelecem isoladamente, mas no entrecruzamento entre si, ou seja, as funções complexas apresentam entre si vínculos e dependências.

A terceira tese apresenta a *atividade mediada como base estrutural das formas culturais de comportamento*. Assim, entendemos que o alicerce sob o qual se

fundamentam as formas culturais é a atividade mediadora e somente por intermédio do uso da linguagem é possível operacionalizar a atuação do homem no mundo material.

A quarta tese refere-se ao *domínio da própria conduta*. Sobre isso Martins (2013, p 101) manifesta que “o desenvolvimento cultural pressupõe unidade entre formação das funções e domínio sobre elas, isto é, domínio voluntário de si mesmo”. Assim, entendemos que o desenvolvimento depende da coesão entre a formação das funções e o controle voluntário, de maneira consciente. A autora conclui o anúncio dessas teses sobre a origem das *FPS*, expondo que o próprio Vigotski afirmou a complexidade do conceito de desenvolvimento e que não é possível sua identificação em quaisquer aquisições ou alterações nos comportamentos. Dizendo de outro modo, o desenvolvimento das funções psíquicas não é assunto de entendimento fácil, assim como a sua identificação no processo de desenvolvimento de atividades escolares.

Após a leitura das quatro teses anunciadas por Vigotski e explicadas por Martins (2013), podemos afirmar sinteticamente que as *funções psicológicas superiores*, em sua origem, são consideradas funções sociais que estão interligadas, e, para se efetivarem, precisam ser mediadas pelo outro.

### **2.2.2 Instrumentos e signos como elementos mediadores**

Tomando por base os estudos de Marx e Engels, Vigotski (2001) introduz em suas pesquisas a tese de que todo trabalho realizado pelo homem é mediado pelo uso de instrumentos e de signos que, necessários à transformação da natureza, modificarão o próprio homem, tanto externa, como internamente, ou, dito de outra maneira, a atividade, quando mediada, “[...] muda fundamentalmente, todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar [...]” (VIGOTSKI, 2001, p. 73). Essa forma de pensar o desenvolvimento humano tem como premissa que toda mudança material produz mudança na consciência e no comportamento dos homens. A utilização dos signos, como atividade simbólica, produz no ser humano novas formas de comportamento social. É isso que difere as

atividades humanas das dos animais, produzindo no intelecto do homem adulto “[...] a base do trabalho produtivo: a forma especificamente humana do uso de instrumentos” (VIGOTSKI, 2001, p. 33).

Isso pressupõe que a relação do homem com a cultura não é direta, mas transmitida pela interação com o outro. Leontiev (1978) faz uma comparação: se o nosso planeta fosse vítima de uma catástrofe, todos os adultos morressem e os únicos sobreviventes fossem as crianças pequenas, não seria o fim do gênero humano, mas a história seria interrompida. Isso significa que, mesmo que continuassem existindo os bens culturais, como os livros, as obras de arte, as máquinas, os computadores, os celulares, nada seria útil, pelo fato de não ter ninguém capaz de explicar como se utilizam esses “tesouros da cultura”.

Dessa comparação destacamos a importância da linguagem como instrumento de comunicação que possibilita a transmissão dos conhecimentos. O desenvolvimento da linguagem dos bebês inicialmente é social, isto é, acontece por intermédio das interações com as pessoas de seu convívio social e posteriormente progride para a fala interna, ou seja, o processamento do pensamento dentro de si mesmo. Essa progressão da fala representa a transferência da função comunicativa para a função intelectual.

Conforme exposto anteriormente, os principais mediadores apontados por Vigotski são os instrumentos e os signos. Os instrumentos são as produções materiais que auxiliam o homem nas atividades de trabalho, bem como nas atividades psicológicas. Por exemplo, o computador, o lápis, a caneta, a colher, a enxada, o carro, o óculos, são elementos mediadores que ampliam as possibilidades de atuação do homem em seu meio ambiente.

Vigotski (apud FACCI, 2004, p. 205) define os signos como “estímulos-meios artificiais introduzidos pelo homem na situação psicológica, que cumprem a função de auto regulação”. Assim, entendemos que os signos auxiliam o homem a controlar voluntariamente as atividades ligadas ao pensamento, como a capacidade de construir representações mentais que substituam os objetos do mundo real. Por exemplo, a cor vermelha no semáforo significa que a pessoa deve parar, ou seja, a cor representa uma ideia não contida na cor, mas na memória das convenções da lei do trânsito. Do mesmo modo como, os numerais, as palavras, os símbolos matemáticos, cumprem a função de auxiliar os homens nas atividades psíquicas.

Delari (1994), ao explicar de que forma o signo e o instrumento cumprem seu papel de mediadores, cita um exemplo que esclarece a relação de interdependência entre eles. O exemplo é a atividade de fazer um bolo, ou seja, não basta ter o material para fazer um bolo, é preciso ter a receita, que por sua vez representa um conjunto de signos que possibilita o registro e a comunicação de instruções. Ao mesmo tempo, nada resolveria ter a receita e não dispor de instrumentos essenciais como o forno ou os ingredientes. Ninguém, individualmente, seria capaz de produzir todos os elementos necessários para preparar um simples bolo, portanto, serão necessários múltiplos instrumentos e signos para que aconteça a integração de múltiplos instrumentos e signos.

A utilização dos signos e dos instrumentos como mediadores amplia a possibilidade humana de agir sobre a natureza, transformá-la e, conseqüentemente, transformar a si mesmo.

### **2.2.3 Zona de desenvolvimento**

Vigotski (2001) em suas pesquisas contrariou o ideário dos pesquisadores de sua época, que afirmavam que a criança só poderia começar a aprender quando tivesse atingido certo grau de desenvolvimento. Suas pesquisas revelaram que o “bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento” (VIGOTSKI, 2006, p. 114), ou seja, aquele que por intermédio da mediação do professor promove o desenvolvimento.

De acordo com o autor, há dois níveis de desenvolvimento: o nível de desenvolvimento atual e o nível de desenvolvimento próximo. O nível de desenvolvimento atual é determinado pelas tarefas que a criança consegue realizar de forma independente, sem a intervenção do adulto ou de outra pessoa com nível mais elevado de conhecimento. Vale salientar que a criança não atinge esse nível de desenvolvimento de forma espontânea, mas por intermédio da interação com o outro que se encontra em um nível de desenvolvimento mais elevado.

O nível de desenvolvimento próximo é determinado pelo que a criança não faz sozinha, e necessita da intervenção do outro para conseguir. A distância entre o nível de desenvolvimento atual e o nível de desenvolvimento próximo é definida por

Vigotski como Zona de Desenvolvimento Próxima - ZDP. A passagem do nível de desenvolvimento próximo para o nível de desenvolvimento atual não se trata de uma passagem previsível, ou seja, que obrigatoriamente ocorrerá.

Em relação ao ensino escolar, a ZPD caracteriza-se como um ambiente de aprendizagem e de atuação do professor, pois ele exerce importante papel no desenvolvimento da criança ao ensinar a resolver as tarefas que a criança ainda não consegue por si só. Assim, consideramos que o aluno que precisa de ajuda para resolver as tarefas, necessariamente aprende por intermédio da intervenção do professor, quando se trata de um ensino intencional e organizado. Acrescentamos também a possibilidade da contribuição dos colegas de classe que já possuem desempenho independente.

Essas afirmações apresentadas têm como base a tese defendida por Vigotski (2001, p. 328) “a qual a criança orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha”. Isso pressupõe que por meio da intervenção intencional e consciente do professor, se promoverá e guiará o desenvolvimento psíquico da criança.

#### **2.2.4 Conceitos espontâneos e conceitos científicos**

A aprendizagem das crianças começa muito antes de elas frequentarem a escola, no entanto é por intermédio do ensino formal que os estudantes entram em contato com os conceitos organizados em diferentes áreas do conhecimento que compõem o currículo. Procuraremos, a partir desse ponto, definir brevemente os conceitos espontâneos e os científicos.

Os *conceitos espontâneos* são aqueles formados pela comunicação direta com as pessoas com quem a criança convive, de forma livre, sem intencionalidade definida. Diferentemente, os *conceitos científicos* se desenvolvem por intermédio da mediação intencional e sistematizada, responsabilidade exclusiva da educação escolar.

De acordo com Vigotski (2001, p. 236), o processo de apreensão dos *conceitos científicos* não acontece de forma breve ou simples, pois “os processos de pensamento, concreto e eficaz, surgem antes da formação dos conceitos e estes

são produto de um processo longo e complexo de evolução do pensamento infantil”. Esse processo, considerado longo e complexo, tem um ponto de partida, Vigotski (2001, p. 218) afirma que “os conceitos espontâneos possibilitam o aparecimento dos conceitos não espontâneos através do ensino”, portanto, podemos considerar os *conceitos espontâneos* como ponto de partida para a apropriação dos conhecimentos científicos.

Vigotski (2001) em seus estudos põe em evidência as relações existentes entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos. Além de ser o ponto de partida para os conceitos científicos, é necessário que o conceito espontâneo tenha atingido determinado nível para que a criança possa assimilar e tomar consciência dos *conceitos científicos*.

Vigotski (2001, p. 265) defende que “a formação dos conceitos científicos na mesma medida que os espontâneos, não termina, mas apenas começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um significado ou termo novo para ela, que é veículo de conceito científico”. Não é pelo fato de o conteúdo ser abordado na escola que ele atinge o nível conceitual científico. É função da escola proporcionar atividades capazes de transformar *conceitos espontâneos* em *científicos*.

Para que ocorra o desenvolvimento dos *conceitos científicos*, são necessárias tarefas que possibilitem que o pensamento do aluno se volte mais para a atividade mental do que para o objeto sensorial. Nesse caso, a aquisição dos *conceitos científicos* percorre o caminho inverso dos espontâneos, desenvolvendo-se por um processo dedutivo das propriedades complexas e superiores às propriedades elementares e inferiores. Ou seja, as tarefas têm como ponto de partida a atividade mental, baseada na abstração de conhecimentos que promovem a apropriação do conceito. Ao atingir esse nível de pensamento conceitual, torna-se possível a relação desse conceito com os conhecimentos espontâneos, presentes nas experiências vivenciadas.

O domínio do ato do pensamento é revelador do nível de desenvolvimento psíquico do aluno, isto é, ele consegue converter suas funções psíquicas como a percepção, a memória voluntária, a atenção voluntária e o próprio pensamento em objetos da consciência. Significa, por assim dizer, que esse aluno encontra-se em uma intensa atividade mental, plenamente ciente do processo de pensamento ao ponto de dominá-lo.

## 2.3 EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO INFANTIL: DA FASE SINCRÉTICA À FORMAÇÃO DE CONCEITO

Passemos agora ao estudo da evolução do pensamento infantil a fim de compreender que o desenvolvimento do pensamento da criança percorre alguns estágios antes da apropriação dos conceitos.

O ato consciente do pensamento parece-nos natural, mas a aparência é enganosa, pois o pensamento precisa ser requerido. Dessa afirmação, emanam os questionamentos: – A partir de quando começamos a pensar? – Como se forma o pensamento da criança? – Qual o caminho trilhado para se chegar ao pensamento por conceitos? Vigotski (2001, p. 168) caracteriza a formação de conceitos como “uma síntese complexa, como a aquisição por meio das palavras, como o resultado de uma atividade intensa e complexa (operação com palavra ou signo), da qual todas as funções intelectuais básicas participam em uma combinação original”. Nesse sentido, as funções intelectuais básicas, aliadas às atividades consideradas com alto nível de demanda cognitiva, requerem que o pensamento siga, de certa forma, um percurso. Vigotski divide o percurso do pensamento em três grandes estágios básicos: *pensamento sincrético*, *pensamento por complexo* e *pensamento por conceito*.

O *pensamento sincrético*, conforme indicado por Vigotski (2001), manifesta-se com maior frequência nos anos iniciais da vida, quando a criança começa a entrar em contato com o mundo. Nesse período, ela recebe estímulos diversos por meio da interação com os adultos e demais pessoas com as quais convive ou interage com os brinquedos, objetos domésticos, alimentos e outros materiais sensoriais. Essa fase coincide com a fase do desenvolvimento da fala, quando a criança começa a emitir os primeiros sons, mas, como explica o autor, decerto não se trata de palavras, pois a criança não domina seus significados, no entanto a criança em ambiente cultural favorável busca imitar o adulto e começa a produzir sons. Por intermédio dos estímulos recebidos, progressivamente a fala se desenvolve. Nesse momento, abrimos um parêntese para afirmar, com pesar, que o ambiente familiar de muitas crianças de escolas públicas não pode ser considerado esse ambiente favorável, por uma série de privações sofridas no decorrer da infância. Dentre elas, destacamos os escassos lugares que a criança frequenta além da escola, as



viagens que não realizam, a falta de acesso a livros, revistas, jornais, jogos educativos, brinquedos, mídia e demais recursos que proporcionam o acesso a informações e ao conhecimento, ou seja, não se trata de um ambiente educativo que contribua positivamente para o desenvolvimento da criança.

Quando o significado da palavra da criança coincide com o significado da palavra estabelecido na linguagem do adulto, inicia-se, então, a comunicação. Citamos o exemplo dado por Vigotski: quando a criança está com sede e refere-se à “água” como “ga”, o adulto identificará sua necessidade de tomar água. Cruzam-se, no mesmo objeto, os significados da palavra do adulto e da criança, mas Vigotski (2001) adverte que o caminho percorrido pela criança que leva ao cruzamento do significado é bem diferente do percorrido pelo adulto, pois na criança trata-se de uma mistura sincrética de imagens por detrás da palavra. Para a criança, a palavra ou a sílaba “ga” está inteiramente ligada ao concreto, diferentemente do adulto, para o qual a palavra está associada à água em geral, de modo abstrato.

É evidente que a linguagem da criança se desenvolve por intermédio das relações travadas com as pessoas com as quais ela convive, porém, nessa fase *sincrética*, a ligação do pensamento com a linguagem não se realiza efetivamente, isto é, o pensamento e a fala ainda não se cruzaram. A criança é capaz de se expressar por intermédio de palavras e frases, porém não adquiriu a capacidade de pensar sobre o que falará.

Para Vigotski (2001, p. 175), essa fase

[...] é a formação de uma pluralidade não informada e não ordenada, a discriminação de um amontoado de objetos vários no momento em que essa criança se vê diante de um problema que nós, adultos, resolvemos com a inserção de um novo conceito. Esses amontoados de objetos a ser discriminados pela criança, a ser unificado sem fundamento interno suficiente, sem semelhança interna suficiente, sem relação entre as partes que o constituem, pressupõe uma extensão difusa e não direcionada do significado da palavra a uma série de elementos externamente vinculados nas impressões da criança, mas internamente dispersos.

Assim entendemos que, nesse período, a característica principal do pensamento da criança apresenta um emaranhado de ideias sem fundamento interno, mas ligadas à impressão da criança. Diante de um problema que o adulto resolve usando um novo conceito, a criança estabelece conexões subjetivas e destituídas de ordenação lógica, mas que externamente se apresentam vinculadas

pela criança. A característica principal dessa etapa é a descontinuidade do pensamento da criança, que pode ser verificada pela linguagem fragmentada e conversas “sem sentido”. Entretanto, por detrás das “frases soltas” ou “sem sentido”, existe a elaboração de um processo de pensamento, que fundamentará outras formas de pensamento.

O adulto gradualmente vai apresentando o mundo à criança e ela vai estabelecendo as primeiras relações entre as palavras e as coisas da realidade. Isso também ocorre quando a criança começa a manipular os objetos. Citamos, como exemplo, brinquedos de encaixe, compostos por peças de várias formas. Espontaneamente, em seus primeiros contatos com as peças, a criança brinca, apalpa, empilha. Quando o adulto mostra que a peça é para ser encaixada em determinado lugar, ela tenta fazer o encaixe aleatoriamente, mas, depois de manusear as peças e tentar encaixá-las, percebe e certifica-se de que a peça triangular só pode ser encaixada no orifício triangular, a peça redonda, no orifício redondo e assim por diante. Assim, ela começa a agrupar a forma da peça com a forma do orifício, realizando os primeiros nexos. Podemos considerar que a criança dá um salto em relação à fase *sincrética* para o *pensamento por complexo*.

O *pensamento sincrético* não acontece somente nos anos iniciais da vida, mas se repete quando estamos diante de um novo conhecimento. Quando o assunto é totalmente desconhecido, podemos afirmar que o pensamento está na fase *sincrética*, ou seja, as ideias inicialmente se encontram confusas, como se estivessem emaranhadas. Essa ausência de nexo, aparentemente sem função, é o ponto de partida do processo de desenvolvimento do pensamento. Vigotski (2001, p. 175) considera essa etapa importante “por se tratar do fundamento para o futuro processo de seleção de nexos”.

Vale ressaltar que, considerando os dilemas e as possibilidades em face das condições materiais e humanas da escola pública na contemporaneidade, é desafiador pensarmos no desenvolvimento dos conhecimentos sincréticos, uma vez que certificamos a imposição de concepções educacionais via políticas públicas que causam a prevalência dos conceitos espontâneos sobre os conceitos científicos. Essa prevalência impede a tomada de consciência, fazendo com que os estudantes e professores permaneçam como massa de manobra e reproduzam ideias ditadas pelo capitalismo.

Para compreender as fases do pensamento sincrético e as explicações relativas aos próximos estágios da periodização do pensamento, esclarecemos que o método proposto por Vigotski (2001) baseia-se nos estudos de Sákharov, que em seus experimentos colocava diante do sujeito um quadro especial, dividido em campos particulares, com várias figuras de cores, formas, alturas e tamanhos diferentes, esquematizadas em um desenho. Essas figuras tinham palavras escritas na parte inferior. Tomando uma figura, era solicitado ao participante que indicasse outras figuras que tivessem escrita a mesma palavra. Há estudiosos que afirmam se tratar do mesmo material usado pelo matemático Zoltan Paul Dienes<sup>4</sup>, qual seja, os blocos lógicos. Porém as diferenças são evidentes: entre as formas do material utilizado por Vigotski encontram-se semicírculos e, nas peças, palavras inscritas. Diante dessas duas diferenças podemos afirmar que não se trata do mesmo material. Contudo as relações entre os atributos cor, forma, tamanho e espessura são similares.

Vigotski (2001) postulou que a fase sincrética do pensamento compreende três etapas. Na primeira etapa, perante determinada amostra, a criança escolhe uma figura aleatoriamente e a substitui quando verifica que está errada. Na segunda etapa, a escolha das figuras apoia-se puramente na percepção do campo visual. Para Vigotski (2001, p. 177), a criança baseia-se nos “vínculos subjetivos que a própria percepção lhe sugere”, ou seja, a criança estabelece relações conforme as suas impressões, mas os elementos escolhidos não apresentam relações entre si. Ao entrar na terceira etapa, a criança começa a formar vínculos e a estabelecer relações entre as impressões concretas.

Portanto, no estágio do *pensamento sincrético*, baseado no método utilizado da escolha de figuras, a criança inicialmente faz a escolha aleatoriamente, sem relação com o real, mas de acordo com suas impressões. Ela passa a aproximar as suas escolhas pela semelhança que estabelece.

Quanto ao *pensamento por complexo*, Vigotski (2001, p. 178) enfatiza que este estágio “conduz à formação de vínculos, ao estabelecimento de relações entre diferentes impressões concretas, à unificação e à generalização de objetos

---

<sup>4</sup> Zoltan Paul Dienes (1916-2014). Matemático húngaro, doutor em matemática e psicologia pela Universidade de Londres (1939), elaborou os blocos lógicos e também um método para exercitar a lógica e desenvolver o raciocínio abstrato. Mais informações em: SOARES, Elenir Terezinha Paluch. **Zoltan Paul Dienes**: um interesse Histórico-Cultural. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/177852\\_C21\\_4dd79dcbcec33.pdf](http://www.apm.pt/files/177852_C21_4dd79dcbcec33.pdf)>. Acesso em: 10 set. 2015.

particulares, ao ordenamento e à sistematização de toda a experiência da criança”. Assim sendo, nesse estágio a criança começa a fazer as primeiras relações e apresenta como base o vínculo com o concreto entre os elementos. Começam, nesta etapa, as primeiras generalizações. Citamos como exemplo o ato de reunir peças de acordo com o atributo cor ou o atributo forma.

Esse estágio também segue um processo de desenvolvimento, observado por Vigotski (2001) e subdividido em cinco etapas, a saber: *complexo associativo*, *complexo coleção*, *complexo em cadeia*, *complexo difuso* e *pseudoconceito*.

Nas palavras de Vigotski, assim se caracteriza a fase *do pensamento por complexo associativo*:

[...] se baseia em qualquer vínculo associativo com qualquer traço observado pela criança no objeto, que no experimento é o núcleo de um futuro complexo. Em torno desse núcleo a criança pode construir todo um complexo, acrescentar ao objeto nuclear um outro que tenha a mesma cor, um outro que se assemelhe ao núcleo pela forma, ao tamanho ou a qualquer outro atributo que eventualmente lhe chame a atenção (VIGOTSKI, 2001, p. 182)

Podemos compreender, com base em Vigotski, que nessa fase do *pensamento por complexo associativo* a criança encontra-se dependente do concreto, da manipulação, todavia apresenta alguma organização interna. Ao manipular várias peças de atributos diferentes, ao ser questionada, por exemplo, sobre a espessura, a resposta dela se refere à cor e não à espessura como lhe fora perguntado, pois a resposta, nessa fase, baseia-se na propriedade que mais se destacou para a criança.

Na segunda fase desse estágio, denominada de *pensamento complexo por coleção*, a criança apresenta a linguagem mais desenvolvida e começa a se interessar pelos jogos simbólicos, ou seja, pelo “faz de conta”. Ela passa a querer fazer o que o adulto faz, e, como não é possível, realiza por intermédio do lúdico, das brincadeiras. Para Vigotski (2001, p. 183), esse estágio “consiste em combinar objetos e impressões concretas das coisas em grupos especiais que, estruturalmente, lembram o que costumamos chamar de coleções”. Esse estágio se baseia em vínculos e relações de objetos que são estabelecidos na experiência prática e direta da criança. Por exemplo, o caderno, a bolsa, o lápis fisicamente não têm traços sensoriais comuns, mas são usados para o estudo, portanto, quando a criança brinca de escolinha, usa esses objetos juntos.

Na etapa que se refere ao *pensamento por complexo em cadeia*, Vigotski cita o seguinte exemplo:

[...] se a amostra experimental é um triângulo amarelo, a criança pode escolher algumas figuras triangulares até que sua atenção seja atraída pela cor azul de uma figura que tenha acabado de acrescentar ao conjunto; passa então a selecionar figuras azuis, por exemplo circulares, semicirculares, etc. Mais uma vez isto vem a ser suficiente para que ela examine o novo traço e passe a escolher os objetos já pelo traço da forma angulosa. No processo de formação de complexo ocorre o tempo todo a passagem de um traço a outro. Assim, o significado da palavra se desloca pelos elos da cadeia complexa (VIGOTSKI, 2001, p. 185).

Com essa proposição, podemos considerar que a criança, nessa etapa do pensamento, começa a fazer as relações lógicas. Mesmo que no decorrer da atividade ela não continue seguindo os atributos da amostra, ou seja, o triângulo amarelo, ainda assim ela estabeleceu uma relação entre os objetos. O complexo em cadeia pode adquirir caráter difuso, instituindo-se por conexões altamente variáveis, de forma que o primeiro elemento da cadeia pode não ter nenhuma relação com o último. Para Vigotski (2001, p. 185), essa fase é “inevitável no processo de ascensão da criança no domínio dos conceitos”.

O *pensamento por complexo em cadeia* impulsiona o desenvolvimento do *pensamento complexo difuso*. Suas características são próximas e ambos são captados na vivência da criança. Mas qual é a diferença entre eles? Vigotski (2001, p. 188) cita que

[...] uma característica essencial distingue esse complexo, o próprio traço, ao combinar por via associativa os elementos e complexos concretos particulares, parece tornar-se difuso, indefinido, diluído, confuso, dando como resultado um complexo que combina através dos vínculos difusos e indefinidos os grupos diretamente concretos de imagens ou objetos.

Nesse sentido, a criança combina os atributos por via associativa, mas de forma indefinida, o traço básico inicial se dilui. Por exemplo, ela escolhe para determinada amostra um quadrado vermelho e em seguida um retângulo, uma vez que ele também apresenta ângulos de 90°. Depois aos retângulos juntam-se os trapézios pelo fato de as medidas dos lados opostos serem iguais. Assim, o atributo inicial vai sendo substituído.

O avanço nessa fase em relação às anteriores reside no fato de que as generalizações criadas pelo pensamento da criança transpassam o âmbito do

pensamento prático e visual. São resultados das conexões estabelecidas por ela, às vezes baseadas em atributos equivocados.

A próxima etapa marca a transição do *pensamento por complexo para o pensamento por conceito*, denominada de *pseudoconceito*. Vigotski explica que nesse tipo de complexo

[...] a generalização formada na mente da criança, embora fenotipicamente semelhante ao conceito empregado pelos adultos, em sua atividade intelectual, é muito diferente do conceito propriamente dito pela essência e pela natureza psicológica [...]. Em termos externos, temos diante de nós um conceito, em termos internos, um complexo. Por isso o denominamos pseudoconceito (VIGOTSKI, 2001, p. 190).

Nessa etapa, a criança reproduz o conceito tal qual os adultos, mas traz o conceito para a sua experiência, ou seja, para o campo sensorial. O pseudoconceito externamente é conceito, já internamente, isto é, em sua essência, ele é complexo.

Vigotski (2001) define que na prática o *pseudoconceito* coincide com o conceito de tal forma que no processo de comunicação verbal com a criança torna-se difícil observar a diferença entre eles. O autor considera o *pseudoconceito* o momento determinante no processo de desenvolvimento do pensamento da criança. Vigotski adverte também que a criança não relaciona espontaneamente uma palavra a determinado objeto, ela não cria a sua própria linguagem, mas assimila a linguagem pronta dos adultos com quem convive. Assim também acontece em relação aos complexos correspondentes ao significado da palavra, por conseguinte, os seus *complexos* coincidem com os *conceitos* dos adultos.

Nesse caso, cabe-nos fazer uma relação com a presente pesquisa. Podemos afirmar que o conceito da subtração do professor pode coincidir com o *pensamento por complexo* ou com o *pseudoconceito* dos alunos. Dessa afirmação emana o questionamento sobre o encaminhamento pedagógico ideal ao abordar a subtração em problemas matemáticos, pois a criança não está no mesmo estágio de pensamento do professor. Encaminhamentos didáticos muito além do nível dos alunos também não promoverão desenvolvimento. Neste momento de estudo teórico, consideramos relevante conhecer a periodização do pensamento para analisar em que período se encontram os alunos e, posteriormente, planejar as mediações necessárias para a apreensão do conceito da subtração.

O último e almejado estágio a ser alcançado trata-se do *pensamento por conceito*.

[...] o conceito em sua forma natural e desenvolvida, pressupõe não só a combinação e a generalização de determinados elementos concretos da experiência, mas também a discriminação, a abstração e o isolamento de determinados elementos e, ainda, a habilidade de examinar esses elementos discriminados e abstraídos fora do vínculo concreto e fatural em que são dados na experiência (VIGOTSKI, 2001, p. 220).

De acordo com o autor, apreender determinado *conceito* pressupõe a eficácia de generalizar, como também discriminar as partes, examiná-las e abstraí-las, mesmo fora da experiência sensorial. Portanto, afirmar que nos apropriamos de determinado *conceito* significa dominá-lo completamente, sermos capazes de fazer as relações do todo com as partes, de analisar cada parte e voltar à generalização. Vigotski (2001, p. 226) afirma que “o conceito surge quando uma série de atributos abstraídos torna a sintetizar-se, e quando a síntese abstrata assim obtida torna-se basilar de pensamento”. Por meio dessa síntese, a criança percebe e toma conhecimento da realidade que a cerca.

Com base nessa afirmação, ressaltamos a necessidade de o ensino ser planejado para as crianças, considerando que elas estão em níveis de desenvolvimento de pensamento, diferente dos professores. Em outras palavras, precisamos ensinar as crianças como crianças e não como se estivéssemos ensinando miniadultos.

Outra afirmação de Vigotski (2001, p. 212) em relação à palavra revela que

[...] a diferenciação do significado da palavra e da sua relação com esse ou aquele referente, a diferenciação do significado e do nome da palavra nos fornece a chave para a análise correta da evolução do pensamento infantil nos seus diversos estágios.

Dessas acepções decorre a relevância das gravações das atividades desenvolvidas sobre o conceito da subtração na presente pesquisa. A importância da análise das explicações dos alunos confirma o desafio de decidir por um encaminhamento didático ideal, que possibilite a investigação da apropriação ou não do conceito da subtração.

Vigotski (2001, p. 228) considera “a análise histórica como a chave para a compreensão lógica dos conceitos”, pois o seu desenvolvimento deve ser

interpretado como reflexo dos estágios percorridos pela criança. Sem o processo que percorre desde o *pensamento sincrético* até o *pensamento por pseudoconceito*, o conceito não se efetiva. O autor alerta sobre a conclusão mais importante de toda investigação, qual seja, “só na adolescência a criança chega ao pensamento por conceito e conclui o terceiro estágio da evolução do seu intelecto”. Inicialmente, o uso dos conceitos verdadeiros acontece esporadicamente, porém, com o adiantamento da adolescência, o emprego dos *conceitos* começa a ficar mais frequente e, aos poucos, as formas do pensamento sincrético e por complexo ficam em segundo plano. No entanto esse processo de substituição não acontece naturalmente, são fundamentais as mediações por intermédio da linguagem e também pelos signos. Isso merece uma explicação: o adolescente que aprendeu a operar com forma superior de pensamento, ou seja, o *pensamento por conceitos*, não abandona as formas elementares, o *pensamento sincrético* ou *por complexo*. Como afirmamos anteriormente, esses estágios continuam a ser predominantes em muitas áreas do seu pensamento, até mesmo para o adulto.

Vigotski (2001) afirma que o adolescente apreende determinado *conceito*, emprega-o corretamente em uma situação concreta, mas, quando lhe é solicitada a definição verbal desse *conceito*, ele encontra dificuldade em explicar. Nesse sentido, a definição expressa pelo adolescente acaba sendo mais limitada do que a sua aplicação concreta. Portanto, no momento da aplicação prática, o adolescente encontra-se no estágio do *pensamento por conceito*, todavia, no momento de defini-lo, seu pensamento se aproxima do *pensamento por complexo*. Trata-se de uma fase de transição entre o *pensamento por complexo* e o *pensamento por conceito*. Assim, entendemos que não é pelo fato de o adolescente ou a criança não conseguir explicar devidamente certo *conceito*, que não estejam em processo de formação desse *conceito*.

Vigotski (2001, p. 237) também enfatiza que “os *conceitos* não surgem mecanicamente como uma fotografia coletiva de objetos concretos”. A sua formação surge sempre no processo de solução de algum problema que se coloca no pensamento do adolescente. O *conceito* surgirá da solução desse problema, portanto, dessa afirmação confirmamos a relevância do ato de problematizar os conteúdos escolares.



## 2.4 O DESENVOLVIMENTO DOS CONCEITOS ESPÔNTANEOS E CIENTÍFICOS NA INFÂNCIA

Ao abordar os principais conceitos da Teoria Histórico-Cultural, descrevemos brevemente sobre os conceitos espontâneos e científicos. No presente momento buscaremos aprofundar alguns pontos considerados relevantes para a presente pesquisa.

Ao abordar o estudo do desenvolvimento dos *conceitos científicos* na infância, Vigotski (2001) inicia afirmando que esse tipo de desenvolvimento é uma questão prática, primordial em relação às tarefas atribuídas à escola. No entanto **diz ele** que impressiona a “pobreza” de conhecimento sobre o assunto. Vigotski realizou essa pesquisa no início do século XX, mais de um século se passou e ainda não temos como afirmar que grandes avanços ocorreram nos estudos nessa área, ou melhor, os estudos, para compreendermos como acontece o processo de desenvolvimento do *conceito científico* na infância, não chegaram à maioria dos professores, mesmo “tratando-se de um problema que tem a chave de toda história do desenvolvimento mental da criança” (VIGOTSKI, 2001, p. 241).

Vigotski aborda estudos que relacionam *conceitos espontâneos e científicos* desenvolvidos em sua época. Diferentemente da teoria de Piaget, que aponta para uma dicotomia entre *conceitos científicos* e *conceitos espontâneos*, em que se exclui qualquer possibilidade de influência de um grupo sobre o outro, nossa afirmação está na direção apontada por Vigotski, ou seja, de que existe uma relação entre *conceitos espontâneos e científicos*.

Vigotski (2001, p. 245), no decorrer de seus estudos, questiona: “– Como se desenvolvem os conceitos científicos na mente de uma criança em processo de aprendizagem escolar?”. Para o autor, o curso do desenvolvimento dos conceitos científicos perfaz vias diferentes da trajetória percorrida pelos *conceitos espontâneos*. Ele cita o exemplo de que a criança define melhor a lei de Arquimedes, considerado um assunto complexo, do que a palavra irmão, pois a assimilação desses conceitos se dá de forma diferente. Nas situações vivenciadas, antes de ela conseguir definir verbalmente o significado da palavra “irmão”, ela passou por uma rica experiência pessoal, por isso ela reconhece o significado da palavra. O ponto forte do conceito espontâneo é a aplicação eficiente em sua

vivência, mas no momento da elaboração/definição, surge o ponto fraco. Vale ressaltar que o conceito espontâneo não começou com a explicação da professora, diferentemente da Lei de Arquimedes, o conceito científico teve início por intermédio da formulação científica do conceito. O seu ponto forte é a elaboração da definição, e seu ponto fraco encontra-se na dificuldade na aplicação desse conceito em sua vivência. Pelo tipo de relação com a vivência pessoal da criança e também pelas motivações internas, Vigotski afirma que a força e a fraqueza dos *conceitos espontâneos* e *científicos* são inteiramente diversas, pois, ao lidar com os conceitos espontâneos, a criança consegue aplicar e não consegue elaborar a definição, em contrapartida, ao operar com os conceitos científicos, a criança consegue defini-lo, mas não consegue aplicá-lo.

Buscando traçar uma diferenciação entre os *conceitos espontâneos* e os *científicos*, Vigotski estabelece, a título de exemplo, a relação entre a aprendizagem da língua materna e da língua estrangeira. Diz ele que a criança aprende a língua materna na interação com o adulto, de forma espontânea, mas sem ter consciência de que está aprendendo. Diferentemente, na língua estrangeira, a criança, ou até mesmo o adulto, aprende as novas palavras e expressões de forma consciente, ou seja, sabe que está aprendendo.

O autor acrescenta ainda que o domínio da língua estrangeira eleva a língua materna para um nível superior. Ou seja, a apropriação do conceito científico, no exemplo citado, a aprendizagem da língua estrangeira, requer a consciência do ato de aprender, essa consciência promove o desenvolvimento intelectual que por sua vez aperfeiçoa a aprendizagem do conceito espontâneo, no exemplo citado, a língua materna.

Vigotski (2001, p. 273) afirma que “a incapacidade para tomar consciência do próprio pensamento e a incapacidade dele decorrente de a criança tomar consciência do estabelecimento de vínculos lógicos duram até onze ou doze anos”.

Os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental enquadram-se na faixa etária de seis a dez anos de idade, ou seja, eles não ultrapassaram a idade indicada por Vigotski. Essa “incapacidade”, citada pelo autor, aponta para a hipótese da nossa pesquisa, a de que os alunos do quarto ano usam a subtração para resolver problemas matemáticos, entretanto não têm consciência da ação de subtrair. Vale ressaltar que não se trata de vincular o desenvolvimento à idade cronológica, mas

que ele depende da mediação para alcançar sua plenitude, a fim de que a criança avance rumo à conscientização e, conseqüentemente, ao conceito da subtração.

Afirmada essa hipótese de que os alunos podem estar a caminho do *conceito científico*, temos que pensar sobre como se toma consciência de determinado conceito. Vigotski (2001, p. 280) também levanta questionamento nesse sentido:

“– Por que o aluno escolar não toma consciência dos seus conceitos? – Quais são os meios dessa tomada de consciência, quais são os obstáculos em que ela esbarra?” Precisamos entender como se realiza a transição dos conceitos não conscientizados para os conceitos conscientizados na idade escolar, pois o desenvolvimento consiste nessa progressiva tomada de consciência dos conceitos e operações do próprio pensamento.

Vigotski (2001, p. 282), para explicar como acontece a tomada de consciência, faz a seguinte comparação: “Como a cobra lança fora a pele velha para cobrir-se de outra nova, a criança lança fora e abandona o modo anterior porque este dá lugar a um novo”. Completa essa ideia a afirmação de que, para se tomar consciência, é preciso antes dispor do conteúdo, isto é, o conteúdo a ser conscientizado precisa estar presente na vida da criança, é o primeiro passo, o que significa que os conceitos espontâneos e as influências culturais que a criança recebe no meio em que vive são fundamentais nessa etapa de desenvolvimento.

Quando Vigotski (2001) aborda o desenvolvimento da consciência, ele acrescenta que ela não se desenvolve de forma fragmentada, parte por parte, mas como um processo integral, ou seja, as mudanças a cada nova etapa ocorrem na estrutura e no vínculo entre as partes. A tomada de consciência promoverá mudanças significativas na memória, na atenção, na percepção, na assimilação e, conseqüentemente, na estrutura funcional da consciência.

Ainda nos cabe perguntar: – Quando acontece a tomada de consciência? Vigotski (2001, p. 287) define que “o pré-conceito, conceitos não conscientizados surge na idade escolar e só amadurece ao longo dessa idade escolar”. Mas isso não significa que a tomada de consciência pertença somente à fase superior de desenvolvimento, como define o autor, ela surge mais tarde, porém o pensamento da criança por complexos, ou por pré-conceitos, antecede a tomada de consciência e faz parte desse processo. No caso da subtração, sem a realização das intervenções necessárias na educação infantil e nos três primeiros anos do ensino

fundamental, não há condições de os alunos do quarto ano apreenderem o *conceito* da subtração.

Vigotski (2001) também esclarece que os *conceitos* não conscientizados não são *conceitos* inconscientes e, para explicar essa diferença, cita, como exemplo, o ato de dar um nó, a atenção está voltada para o ato e não para maneira como o faz. O ato é consciente, mas não se consegue explicar como fez, o objeto da consciência é o nó e não a maneira como se faz para se dar o nó.

Vigotski (2001, p. 288) destaca que a modificação mais importante da tomada de consciência é a passagem da consciência da percepção “desprovida de palavras” para uma percepção dos objetos “orientada e expressa por palavras”. Essa passagem para introspecção é verbalizada e denominada por Vigotski (2001, p. 289) de generalização iniciante das formações típicas interiores de atividade. Nesse sentido, podemos entender que conseguir explicar determinada resolução de uma atividade escolar, mesmo que de forma fragmentada, pode ser considerado um passo importante para a tomada de consciência.

A tomada de consciência torna a pessoa capaz de compreender as coisas em sua essência. – Mas qual a importância dessa consciência? Para Vigotski (2001), significa ganhar outras possibilidades de agir em relação a elas. Segundo Sforni (2004), a consciência da ação é o que permite à pessoa o domínio da tarefa a ser desenvolvida. Domínio porque a ação, quando consciente, passa para o nível das operações também conscientes, permitindo ser controlada pela pessoa. A autora cita como exemplo a utilização da multiplicação, na qualidade de ação mais rápida da soma, em resolução de problemas. Porém, a pessoa é capaz de retomar a resolução de um problema por intermédio da soma de parcelas iguais, se assim for necessário. Essa ação torna-se possível pela tomada de consciência da ideia da multiplicação, ou seja, somar parcelas iguais.

Contudo ainda nos perguntamos: – Quando tem início a formação de um *conceito científico*? Segundo Vigotski (2001), ele começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um termo que é novo para ela. Os conceitos científicos, responsabilidade específica da educação escolar, pode ter seu início na educação infantil e torna-se consciente nos anos finais do ensino fundamental, desde que o ensino ao longo desse período promova a tomada de consciência por intermédio da formação de um sistema de *conceitos*. Os *conceitos científicos* foram

comparados por Vigotski (2001, p. 295) como “os portões através dos quais a tomada de consciência penetra no reino dos conceitos infantis”.

No decorrer de seus estudos sobre *conceitos espontâneos e científicos*, Vigotski (2001, p. 325) faz algumas considerações interessantes, afetas ao ensino de matemática. Dentre elas, a impossibilidade de medir o desenvolvimento provocado por esse ensino, citando o ensino do sistema de numeração decimal:

[...] embora a matemática exerça indiscutivelmente uma influência da passagem da atenção do campo das funções psicológicas inferiores para o da função superior, não tem como medir o quanto se desenvolve porque na escola não se ensina o sistema decimal como tal à criança. Ensina a copiar números, somar, e como resultado acaba desenvolvendo algum conceito do sistema decimal (VIGOTSKI, 2001, p. 324).

Essa afirmação nos remete a interpretar o quanto é frágil o trabalho da escola, por não ensinar o *conceito* e sim processos mecânicos, resultando na apreensão ou manutenção do conceito na forma espontânea. Assim, como menciona o autor, o trabalho “acaba desenvolvendo algum conceito” e a apreensão do conteúdo acontece de forma não intencional. Atualmente, faz parte dos objetivos de matemática compreender o sistema de numeração, há dificuldade em ensinar esse conteúdo de forma eficiente, pois os direcionamentos didáticos permanecem centrados no ensino mecânico, como copiar números, resolver as operações, não dando a ênfase necessária em ensinar a compreensão da organização do sistema de numeração decimal.

Mas paira o questionamento: se os direcionamentos pedagógicos em uma classe de alunos são os mesmos, e, se é o ensino que provoca o desenvolvimento, por que existem alunos que conseguem apreender os conteúdos e outros não? Para essa inquietação, Vigotski (2001, p. 325) afirma que

[...] existe um processo de aprendizagem, ele tem a sua estrutura interior, a sua seqüência, a sua lógica de desencadeamento, e no interior na cabeça de cada aluno que estuda, existe uma rede subterrânea de processos que são desencadeados e se movimentam no curso da aprendizagem escolar e possuem sua lógica de desenvolvimento. Uma das tarefas fundamentais da psicologia da aprendizagem escolar é descobrir esta lógica interna, esse código interior de processos de desenvolvimento desencadeados para esse ou aquele processo de aprendizagem.

Dessa afirmação, podemos considerar que a aprendizagem envolve uma estrutura lógica e sequencial, porém se desenvolve, de certa forma, de maneira

particular em cada aluno. O objetivo desta pesquisa, à luz da teoria vigotskiana, impõe-nos a busca por essa “lógica interna”, “esse código interior” do processo de aprendizagem do conceito da subtração.

Vigotski (2001) adverte que, ao realizar uma investigação, no nosso caso trata-se de uma investigação pedagógica, não se pode limitar em definir apenas o nível de desenvolvimento atual, ou seja, o que o aluno consegue fazer sozinho, pois o desenvolvimento não é determinado apenas pela parte madura. Quanto a esse posicionamento, o autor compara o psicólogo que age dessa forma ao jardineiro que avalia seu jardim, considerando somente as macieiras cujos frutos já amadureceram. Isso significa que temos que considerar e investigar o que está em processo de desenvolvimento, ou seja, o que a criança consegue realizar com a colaboração do outro, denominada de *zona de desenvolvimento próximo*.

Vigotski considera interpretação errônea não conceber que resolver uma tarefa com a ajuda de alguém não mostra o desenvolvimento de intelecto da pessoa que resolve. Para ilustrar essa afirmação, Vigotski compara duas situações de resolução que envolvem a matemática. A primeira se trata de resolver um problema matemático complexo da seguinte maneira: mostra-se a solução para a pessoa, a partir dessa solução a pessoa elabora a sua própria solução, nesse caso o procedimento proporcionou condições de resolução. No segundo caso ele cita uma equação diferencial, ou seja, um conteúdo bem mais complexo. Mesmo mostrando a solução, não será possível avançar no processo de resolução. Nesse sentido, Vigotski (2001, p. 328) afirma que “a imitação só tem sentido se passar do que eu não sei fazer para o que sei”.

A partir dessa afirmação, retomamos o questionamento sobre a origem do desenvolvimento do *conceito científico*. Em seus *conceitos espontâneos* a criança se apropriou do conceito de determinado objeto, ou seja, tem consciência desse objeto, mas, para ela, continua vago o que representa esse conceito, pois não tem consciência do próprio conceito, ou seja, não tem consciência do pensamento. Para Vigotski (2001), é exatamente desse ponto que começa o conceito científico, ou seja, no nível em que o *conceito espontâneo* da criança ainda não atingiu seu desenvolvimento. De acordo com o autor, começa pela “definição verbal do conceito, por operações que pressupõem a aplicação não espontânea desse conceito” (VIGOTSKI, 2001, p. 345).

Como já vimos anteriormente, no *conceito espontâneo*, no exemplo citado da palavra irmão, a palavra agrega a experiência pessoal, a criança sabe o que significa irmão, mas, quando tem que resolver alguma situação abstrata, ela se confunde. Em contrapartida, no *conceito científico*, a criança sabe definir o conceito, mas apresenta dificuldade em aplicá-lo. A respeito dessa questão, Vigotski (2001, p. 347) a compara com “duas linhas de sentidos opostos, uma das quais se projetando de cima para baixo, atingindo um determinado nível no ponto em que a outra se aproxima ao fazer o movimento de baixo para cima”.

Para exemplificar essa relação entre *conceito espontâneo* e *científico*, citamos um exemplo da área de matemática, os conjuntos numéricos dos números naturais e os racionais. No conjunto dos números naturais, definidos como números inteiros positivos, como o próprio nome expressa, corresponde a quantidades do que se encontra na natureza, e a aprendizagem desses números se inicia no cotidiano da criança. Em situação cultural favorável, por intermédio da mediação, a criança chega à educação infantil com alguns conhecimentos sobre contagem, relação biunívoca e outros conhecimentos relativos aos números presentes em seu cotidiano. Esse conhecimento é considerado *conceito espontâneo*, portanto caberá à escola proporcionar as mediações necessárias, progressivamente, o conhecimento se ampliará ao ponto de a criança ser capaz de abstrair os conhecimentos numéricos. Nesse sentido, Vigotski (2001, p. 350) esclarece que “o desenvolvimento dos conceitos científicos começa no campo da consciência e da arbitrariedade e continua adiante, crescendo de cima para baixo no campo da experiência pessoal e concretude”. O principal fato é que a apreensão do *conceito científico* da criança deve atingir determinado nível para que ela possa apreender esse conceito e tomar consciência dele.

## 2.5 A RELEVÂNCIA DA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NO DESENVOLVIMENTO PSICOINTELLECTUAL

Como mencionamos anteriormente, mesmo com toda a contribuição de Vigotski ao ensino e o reconhecimento de sua valiosa contribuição para a educação, ele não tinha como objeto de sua pesquisa desenvolver um método de ensino.

Como nossa pesquisa está diretamente relacionada ao ensino e à aprendizagem de conceitos, buscamos as contribuições de outros autores russos, pertencentes à Teoria Histórico-Cultural, como Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005), que abordam, no texto intitulado “Relação entre a Aprendizagem e o Desenvolvimento Psico-intelectual da criança em Idade Escolar”, o resultado das investigações sobre a atividade escolar. Nesse texto, também são examinados de maneira específica os processos psicológicos que contribuem para a aquisição de noções e as condições que favorecem o desenvolvimento desses processos, assunto esse que vem ao encontro dos anseios de aprofundamento das questões psicológicas e didáticas que permeiam a presente pesquisa.

Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 64) afirmam que a psicologia soviética critica fortemente a denominada “teoria dos dois fatores”, segundo a qual, o desenvolvimento da criança é “inevitavelmente predeterminado” pela idade. De acordo com os autores, essa idade é entendida num sentido puramente biológico. A principal crítica refere-se ao papel passivo, atribuído à criança nessa interpretação de desenvolvimento. Segundo essa teoria, o ambiente, compreendido como estímulo externo, atua por intermédio das condições internas. Dessa forma, essa teoria considera que o ensino e o ambiente não influenciam diretamente sobre o desenvolvimento.

As mudanças do desenvolvimento interno, segundo Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005), são ativadas por estímulos que vêm do exterior, como o contato com sons, toques, cores, cheiros, palavras e ocorrem pelo acesso à cultura, à literatura, à arte. Essas vivências despertam em nós diferentes sensações por intermédio dos sentidos. Vale ressaltar que essas experiências são transmitidas por meio da linguagem oral ou da escrita, pois, segundo os autores russos, a aprendizagem da linguagem, tanto oral quanto escrita, é a evolução psíquica mais importante para o desenvolvimento mental.

Nesse sentido, a experiência da criança torna-se uma mola propulsora de desenvolvimento, pois

[...] a experiência ‘precedente’ está representada por sistemas de conexões temporais registradas no córtex cerebral, que se constituem sob a influência de estímulos exteriores, ou seja, sob a influência do ensino e da educação (BOGOYAVLENSKY; MENCHINSKAYA, 2005, p. 67).



Essa afirmação potencializa o trabalho educacional, isto é, o bom ensino é capaz de provocar mudanças expressivas. Ao analisarmos os índices e as condições de não aprendizagem no contexto cotidiano da escola, podemos, de certa forma, afirmar que não estamos cumprindo nossa função. Existe uma tendência consolidada de atribuir as razões do baixo desempenho escolar exclusivamente a fatores externos da escola, ou seja, às condições econômicas e sociais dos alunos. Não podemos desconsiderar essas influências, porém concebemos que o ensino é capaz de promover o desenvolvimento psicointelectual dos alunos que apresentam situações não favoráveis de aprendizagem.

Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005) advertem sobre a necessidade de discernir, nos processos fisiológicos do organismo, as mudanças devidas à idade das mudanças relativas aos processos psíquicos. Os autores afirmam que os processos fisiológicos, como o crescimento e o aparecimento dos dentes de leite, são processos orgânicos que se manifestam em momentos específicos da idade. Entretanto o desenvolvimento psíquico se desenvolve em períodos diferentes em cada indivíduo, variando de acordo com o modo de vida e as condições de educação.

Os autores fazem duas considerações importantes que merecem destaque: uma diz respeito à distinção entre as características psíquicas, apresentadas por crianças da mesma idade que cursam a escola primária e as que frequentam o maternal. Outra menção diz respeito à diferença dessas características nas crianças, quando educadas por professores diferentes. Relatam que um professor pode não conseguir a atenção da criança de determinada idade, enquanto outro professor poderá consegui-la. Essas considerações, segundo Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005), demonstram a impossibilidade de analisarmos a dependência do desenvolvimento psíquico da idade sem levarmos em consideração as condições de vida em que a criança se encontra, bem como verificar a relevância da ação educativa e do preparo do professor nesse processo.

Bogoyvlenski e Menchinskaia (2005, p. 75) afirmam que “nem toda a aprendizagem tem um caráter evolutivo”. Segundo os autores, para constatar a influência do conhecimento no desenvolvimento psíquico, é necessário entender como é assimilado o conteúdo escolar, para isso, é preciso investigar de que operações de pensamento os alunos fazem uso, como também conhecer o nível de aprendizagem em etapas diferentes do ensino.

Fazendo uma analogia com a nossa pesquisa, é importante constatar como os alunos do quarto ano B apreenderam o conceito de subtração, como também torna sugestivo analisar a aprendizagem do referido conceito nos demais anos iniciais do ensino fundamental. Essa constatação tem como finalidade analisar os níveis e os avanços da aprendizagem no decorrer dos anos escolares, de modo que cada etapa anterior ao quarto ano foi relevante para que os alunos atingissem o nível atual.

Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005) defendem que o nível de aquisição dos conceitos não é determinado pela simples acumulação dos conhecimentos, mas pela “prontidão”, não no sentido de estar pronto, e sim pelo envolvimento e empenho do estudante, ao realizar as tarefas escolares, ou seja, se o aluno adquiriu métodos intelectuais (pensamento mais abstrato, sem necessidade de visualização). Dentre esses processos psíquicos, destacamos a atividade de análise e síntese, abordadas anteriormente.

Os referidos autores ressaltam que é impossível compreender o nível de assimilação e a atividade mental das crianças sem se referir à especificidade das disciplinas escolares, pois o conteúdo de cada uma exerce importante influência sobre as características do processo de ensino e aprendizagem. Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005) relatam as investigações realizadas nas diversas disciplinas como ciências naturais, geografia, física, história e também na disciplina de matemática. Nessa área do conhecimento, a matemática, as autoras descrevem resultados de investigações realizadas com classe de alunos com idade variada. Os alunos de dez a 12 anos, quando começam a estudar frações, necessitam primeiro de apoio sensorial, ou seja, material manipulável para compreender os números fracionários, sendo que esses mesmos alunos, quando estudam números inteiros, conseguem facilmente usar métodos abstratos de pensamento. Citam também o exemplo da geometria, em que os alunos de 13 a 14 anos observam características não essenciais, assim como fazem os alunos menores ao resolverem problemas aritméticos.

Na interpretação de Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 77), quando a criança ou mesmo o adulto se depara com uma matéria complexa, acontece um “regresso à utilização de métodos anteriores de pensamento”. Podemos comparar a afirmação com o nível denominado por Vigotski (2001) de pensamento sincrético. Se analisarmos nosso posicionamento perante uma situação desafiadora de

aprendizagem, poderemos certificar que realmente acontece essa regressão. Imaginemos que o leitor desta pesquisa domine a escrita científica, mas não atue na área de matemática, e tenha diante de si a tarefa de resolver um exercício de logaritmo. Podemos arriscar que a reação seria de regressão, de utilização de métodos anteriores de pensamento, mesmo dominando a escrita científica. Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 79), ao concluir sua defesa, afirmam que

O nível de desenvolvimento psíquico e o nível de aquisição de noções ligado a ele dependem de muitas variáveis: o capital de noções, a presença de métodos complexos de pensamento, o grau de complexidade das tarefas. Este último fator tem de se ter muito em conta quando se dirige a atenção para o desenvolvimento psíquico da criança. É impossível avaliar as características da atividade pensante da criança sem nos referirmos ao conteúdo do material que constitui o objeto do pensamento.

De acordo com essa síntese do pensamento dos autores, quando pretendemos investigar o desenvolvimento psíquico da criança, precisamos analisar o nível de complexidade da tarefa escolar, precisamos escolher com precisão o conteúdo do material que participa do desenvolvimento desse pensamento.

Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005) afirmam que o conteúdo do material escolar exerce importante influência sobre as “características do material estudado”, mas advertem que isso não quer dizer que, apenas conhecendo essas características, será possível prever o percurso do processo de aquisição, pois, segundo os autores, depende da experiência anterior e do desenvolvimento alcançado.

Porém, mesmo com essa advertência, não negam a importância do conteúdo do material escolar, bem como a de uma mediação que promova a apreensão do conhecimento. No entanto podemos perguntar: – Quais os encaminhamentos necessários por parte do professor? Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 79) afirmam que

[...] uma análise preliminar dos conceitos que o aluno deve assimilar e das relações objetivas entre eles, bem como das particularidades lógicas na estrutura da tarefa que o aluno tem de realizar, permite ao professor observar as formas de análise e síntese através das quais se propôs conduzir o aluno pelo caminho da aquisição de determinadas noções; isto, ainda ajuda o professor a não perder de vista não só o último, mas também as metas parciais e intermediárias que deve ter em conta em cada etapa do ensino.

A partir dessa afirmação, podemos compreender que o planejamento do professor é de suma importância, ou seja, antes de ensinar determinado conceito, deve analisá-lo, estando atento às particularidades lógicas da tarefa escolhida para ser realizada pelo aluno, para que possa observar as possibilidades de análise e síntese da atividade planejada. Caso verifique que a atividade planejada não contribui consideravelmente na aprendizagem do conceito, a saída é mudar de tarefa antes de colocá-la em prática. Essa postura pedagógica auxilia o professor a manter o objetivo proposto em relação ao conteúdo que pretende ensinar, isto é, atingir o objetivo final, bem como as etapas a serem percorridas até a apropriação desses conceitos. Isso se justifica pelo fato de que nem sempre o objetivo final é imediato, mas, para ser obtido, precisa passar por etapas precedentes.

Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 80) afirmam que “é razoável e justo que deveria existir uma metodologia especial para o ensino de disciplinas escolares diferentes”, pois a apreensão dos conteúdos disciplinares se origina nas relações entre os elementos sensoriais e abstratos dos conteúdos escolares. Os autores citam como exemplo o estudo da natureza, o ensino baseia-se na percepção direta da vivência do aluno, de sua experiência visual, tornando-se mais fácil a assimilação desses conteúdos relativos a essa área.

Portanto, concordamos com a afirmação de Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005, p. 81): “ainda que a ciência matemática se baseie exclusivamente em abstrações, estas abstrações são um reflexo da realidade efetiva, ainda que muito aliadas desta”. Porém não é possível basear-nos somente nos elementos sensoriais, como acontece com as ciências naturais.

## 2.6 PRESSUPOSTOS PSICOLÓGICOS E DIDÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A dificuldade dos estudantes em resolver problemas matemáticos é consenso entre os professores do ensino fundamental ao ensino superior.

Entretanto, apontar a situação da não aprendizagem matemática é fácil, e essa indicação é realizada por muitos teóricos, matemáticos, professores, pedagogos, inclusive incluímos nessa lista os pais dos alunos e demais pessoas da

comunidade. O desafio é dar respostas e executá-las para resolver o problema levantado.

Nessa direção, buscamos respostas em autores da Teoria Histórico-Cultural. Primeiramente em Vigotski, posteriormente em seus seguidores, dentre eles, as autoras Bogoyavlensky e Menchinskaya (2005), que investigaram o ensino, e Kalmykova (1991), autora russa que aborda especificamente o ensino de matemática. Ao abordar sobre os pressupostos psicológicos para compreender melhor a aprendizagem de resolução de problemas aritméticos, Kalmykova argumenta sobre a relevância da análise e da síntese:

[...] como todo o pensamento, tanto somar como resolver problemas implicam processos de análise e síntese, com diversos graus de dificuldades; a solução de problemas requer um nível consideravelmente superior de atividade analítico-sintético (KALMYKOVA, 1991, p. 9).

A partir dessa proposição, podemos considerar que a análise e a síntese são abordagens que contribuem amplamente em todas as áreas dos conhecimentos escolares e subsidiam a formação do cidadão crítico. Em matemática, a interpretação de dados numéricos, tabelas, gráficos e demais linguagens matemáticas da contemporaneidade são conhecimentos que potencializam o cidadão para que saiba utilizar e interpretar as diferentes formas de representação das informações.

De acordo com Kalmykova (1991), a solução de problemas exige muito mais do que conhecer os números e as técnicas operatórias, exige o conhecimento de diversos conceitos concretos e abstratos, que, segundo o autor, refletem as relações quantitativas entre os objetos. Por isso, para se resolver bem um problema, torna-se necessário haver sínteses em nível de análises complexas. A autora ainda acrescenta que, mesmo em um problema simples, os dados podem estar interligados de maneiras diversas, o que exige raciocínio elaborado para a resolução. Para ela, num problema composto, que necessita ser resolvido em mais de uma etapa, a escolha da operação a ser usada torna-se mais difícil, pois o aluno precisa escolher os números certos e definir suas possíveis combinações. “Esta análise preliminar é essencial para uma correta solução de problemas complexos” (KALMYKOVA, 1991, p. 10).

Outro apontamento relevante da autora refere-se à solução de problemas de natureza conhecida, ou seja, trabalhar diversos problemas similares. Para Kalmykova (1991), esse direcionamento pedagógico proporciona interferência no desenvolvimento das atividades analítico-sintéticas, pois o aluno consegue discernir as relações entre os elementos e consegue separar os dados concretos do texto. Essas relações compõem a análise do problema e estão ligadas a determinados sistemas de operações aritméticas, e, conseqüentemente, ajudam a encontrar a solução dos problemas. Nas palavras de Kalmykova (1991, p. 11):

[...] a base psicológica, neste caso, é a formação de um sistema específico de conexões temporais (reflexos condicionados) que progressivamente se torna mais estável. Para criar uma capacidade de resolução de problemas é necessário formar vários sistemas de conexões temporais e estereótipos. A solução de problemas de estrutura conhecida baseia-se portanto, na reprodução de conexões precedentes.

Tais afirmações apontam que a solução de problemas matemáticos conhecidos depende de conexões realizadas anteriormente ao cálculo, no conceito da operação matemática, confirmando, assim, as ideias de Dante (2008), que diz que o aluno somente conseguirá resolver problemas matemáticos se dominar os conceitos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Com relação à solução de novos problemas, ou seja, de solução desconhecida, Kalmykova (1991) aponta que se parte do pensamento formado anteriormente, ao se resolver um problema de natureza conhecida, e isso pressupõe a formação de novas conexões. Os dados do problema inicialmente parecem desconexos, mas, após se analisar os dados e fazer as relações com as soluções de problemas anteriores, tornam-se mais evidentes as relações lógicas entre os dados, levando à interpretação e, conseqüentemente, à solução correta do problema.

Para Kalmykova (1991, p. 12), “a base psicológica necessária para uma correta formação dos conceitos é uma assimilação que permita criar condições entre as componentes abstratas e concretas do pensamento, entre a palavra e a imagem”. Por isso o professor necessita recorrer ao material visual como base na formação de conceitos para não se deter somente na assimilação puramente formal das noções. Neste momento de nossa reflexão teórica, fazemos um parêntese para relacionar dois pontos abordados por Kalmykova (1991), quais sejam, o uso de materiais manipuláveis e a importância da análise e síntese, que podem ser observados em

atividades com os blocos lógicos, criados pelo matemático húngaro, Zoltan Paul Dienes.

Como mencionamos anteriormente, Vigotski usou um material semelhante aos blocos lógicos para estudar a formação dos conceitos infantis, e é por essa razão que enfatizamos esse direcionamento didático. Os blocos lógicos são um material que estimula a criança a fazer a análise e a síntese. Por exemplo, ao analisar uma única peça e seus quatro atributos: cor, forma, espessura e tamanho, estamos estimulando o desenvolvimento da capacidade de análise, pois a criança, com uma única peça em mãos, terá que destacar um atributo de cada vez, ou seja, em sua observação deverá priorizar um atributo e secundarizar os demais.

Outro apontamento importante, destacado por Kalmykova (1991), refere-se à afirmação de que, na formação de conceitos, quanto mais diversificado for o material concreto, mais fácil será o processo de abstração. Porém reconhece a impossibilidade de realizar uma experiência sensorial com todos os materiais, por isso se devem priorizar aqueles que potencializam a ampliação do conceito estudado.

Kalmykova (1991) analisou a prática de uma das melhores professoras de uma escola de Moscovo. D.V. Petrova, professora da classe I. Pelos relatos apresentados, há indícios de que se trata do primeiro ano escolar. Dentre suas observações, o autor destaca que, mesmo antes de as crianças começarem a ler e a aprender os primeiros conteúdos matemáticos, a professora disponibilizava a elas uma diversidade de materiais e objetos não escolares. Relata a reação de espanto das crianças perante o material e brincadeiras, e que esses materiais se convertiam em problemas para resolver. Esses materiais concretos, segundo a autora, facilitavam a transição para a abstração ao conceito de número, de operações matemáticas e de problemas. Nesse sentido, podemos considerar que o uso intencional de materiais diversos por intermédio da mediação do professor contribui para a apropriação de conceitos fundamentais para a interpretação de problemas matemáticos. Vale lembrar a afirmação dos autores de que o uso desses materiais não pode se prolongar por muito tempo, para não interferir negativamente no processo de abstração dos conceitos.

Kalmykova (1991) orienta que, para favorecer a formação de conceitos matemáticos mais abstratos, é primordial intensificar as atividades relacionadas à abstração e generalização. A autora, com base em suas observações das aulas da

professora Petrova, sugere como encaminhamento didático que os alunos expressem o texto de um problema matemático mais generalizado. Para melhor compreensão, transcrevemos o exemplo citado por Kalmykova (1991, p. 13): “Compram-se três livros por 30 kopeks. Quanto custava cada livro? Pode ser formulado como se segue: o preço total dos livros era 30 kopeks. A sua quantidade, três. Calcular o preço de cada livro”. De acordo com a autora, esse encaminhamento contribui para a compreensão da relação entre os fatos dados do problema, interfere na interpretação do problema apresentado e, assim, contribui com a formação de conceitos.

Outro encaminhamento relevante, observado pela autora e realizado pela professora Petrova, refere-se à utilização de desenhos como meio de consolidar o conteúdo. Por exemplo, o número 5 era relacionado pela professora com cinco objetos, a professora orientava a criança, visando que esta não formasse uma única conexão específica, ou seja, relacionar a palavra 5 somente com essa quantidade de objetos concretos. Com problemas envolvendo maçãs, desenhava as combinações possíveis para compor o número 5, como a combinação do 1 e do 4, do 2 e do 3 etc.

Nesse ponto, revendo as afirmações anteriores em que salientamos a contribuição do uso do material manipulável e a advertência de que esse período não pode se estender por tempo longo, emana o questionamento de como se dá essa passagem do concreto para o abstrato. Podemos inferir, com Kalmykova (1991, p. 16), que o direcionamento deve basear-se na diminuição gradativa do número de objetos e de signos, passando a usá-los somente para introduzir novos conceitos, ou, quando for necessário, “constituir e consolidar conexões”. A autora orienta também que, para encaminhar as crianças à generalização, podemos fazer uso de imagens, pois elas se baseiam na realidade concreta, mas não são essa realidade. Em relação a essa afirmação Kalmikova (1991) cita um exemplo realizado por Petrova, a de que a professora mostra várias construções, formadas por peças azuis e vermelhas, agrupadas em posições diferentes. Após observarem atentamente, a professora retira essas construções e solicita que as crianças as desenhem. Apoiando-se na memória, estas procuram reproduzir com o máximo de exatidão possível, as cores, os grupos e as posições. Nesse sentido, o desenho não é real, mas representa o real pensado. Esse seria um ponto intermediário entre o concreto e o abstrato.



Kalmykova (1991, p. 17) cita diversos encaminhamentos matemáticos observados, dentre eles, um exemplo que envolve a subtração:

Há sete maçãs em uma árvore, e na outra há menos duas. Quantas maçãs há na segunda árvore? ' Desenhem-se no quadro sete 'maçãs' e depois outras sete, e apagam-se duas destas. As crianças vêem que na segunda árvore há o mesmo número de maçãs, menos dois, contam, então, as restantes. Deixa-se o material visual e a professora pede que às crianças que desenhem um ramo com sete maçãs, e outro com duas maçãs a menos.

A autora observou que esse direcionamento da professora contribuía para que ela verificasse, por meio da análise dos erros, os alunos que não assimilavam o conceito de subtração. Kalmykova exemplifica, descrevendo a atividade de uma aluna que resolveu a operação da subtração de maneira correta, ou seja, 7 menos 5 igual a 2, mas, ao desenhar os galhos, colocou no primeiro cinco maçãs e, no outro, duas. Em suma, resolveu corretamente a operação, mas não conseguiu demonstrá-la em seu desenho. A partir dessa análise, podemos inferir que, se a professora se limitasse à operação da subtração, concluiria que a aluna havia se apropriado do conceito da subtração. No entanto, mediante o desenho foi possível constatar que o conceito não se efetivou. A autora relata que a professora analisava os erros com as crianças interessadas e solicitava que repetissem a operação, mas, a partir desse ponto, não fazia mais uso dos desenhos. Ela meramente solicitava que os alunos imaginassem os objetos, às vezes pedia que fechassem os olhos e, com base na imagem pensada, dizia para as crianças que resolvessem o problema solicitado. Tornam-se evidentes nesse processo citado as mediações voltadas para o avanço progressivo do processo de abstração.

Kalmykova (1991) orienta que o trabalho eficiente sobre a formação de conceitos não se reduz aos primeiros estudos, mas se prolonga por todos os anos de escolarização. Nesse sentido, consideramos correto o fato de o conceito de subtração iniciar-se na educação infantil e se estender ao ensino fundamental, pois a apropriação não ocorre de forma pontual e completa de uma só vez. A autora cita o exemplo do ensino de "par", que ocorre no primeiro ano, por meio de diversas atividades durante um trimestre. No segundo trimestre, ao voltar ao conteúdo, algumas crianças apresentaram dificuldade em resolver as atividades relativas a esse conteúdo, portanto, ele precisará ser retomado.

Outro direcionamento que consideramos importante em relação à análise dos erros refere-se à atenção necessária sobre a forma de pensar dos alunos e aos conceitos essenciais para se compreender determinado conteúdo escolar. Nesse sentido, Kalmykova (1991) cita como exemplo a diferença entre par e unidade. Relata que determinado aluno do primeiro ano não diferenciava o termo “par” do termo “unidade”, pois, quando o problema tratava de oito pares, dizia que se tratava de oito unidades. Nesse caso, o professor solicitou que oito pares de meninas ficassem a sua frente e pediu para que contasse quantas havia, o aluno respondeu que se tratava de 16 pares. A professora, nesse momento, poderia ter dito que sua resposta estava errada, mas, conforme narra o autor, a professora Petrova recorreu à “distinção por contraste”, isto é, desenhou uma fila de oito circunferências e uma fila de oito pares de circunferências. Diante do desenho das circunferências, o aluno comparou as duas filas e conseguiu diferenciar “par” de “unidade”. Parecem apenas detalhes, mas são direcionamentos importantes no processo de apreensão de conceitos. Dentre eles, destacamos as mediações para fazer o aluno reconhecer o erro, pensar em “por que” errou, mudar sua resposta e reconhecer o acerto. Portanto, não basta mostrar o erro e corrigir as respostas dos alunos. Somente considerar o erro como parte do processo não provoca avanços na aprendizagem. Os avanços advêm da análise realizada pelo aluno, por intermédio da mediação do professor, que percebe que a resolução realizada não condiz com a lógica da atividade proposta.

Outro procedimento relatado por Kamykova (1991) aborda que a professora, ao ensinar os alunos a resolver problemas, diferenciava os conceitos semelhantes, como “dinheiro”, “moeda”, “kopecks<sup>5</sup>”, sistematicamente por intermédio de perguntas. Os alunos tinham resolvido os problemas que envolviam esses conceitos separadamente. Todos resolveram com facilidade, mas era preciso envolvê-los em uma única situação para que pudessem diferenciá-los. Assim, o próximo encaminhamento foi preparar os alunos para a assimilação de conceitos matemáticos mais abstratos como “preço”, “quantidade”, “custo”, “distância”, “velocidade”, “tempo”, pois, segundo Kalmykova (1991, p. 19), esses conceitos são “a base indispensável para a relação funcional entre os fatos conhecidos e, portanto, para a compreensão das principais relações matemáticas entre os fatos”. Esses

---

<sup>5</sup> Centésima parte do rublo russo, nome da moeda da federação russa.

termos primeiramente são de domínio do professor. O aluno observa o uso do novo conceito por parte do professor que, por sua vez, explica seu significado e, a cada problema proposto, adiciona um novo conceito introduzido nas perguntas e em problemas diferentes. Depois de introduzido tal conceito, o professor estimula o aluno a usá-lo.

Nas classes mais avançadas, denominadas de classe II e III, que podem ser comparadas ao segundo e terceiro anos do ensino fundamental, a professora introduziu esses conceitos, solicitando aos alunos que traduzissem o texto do problema matemático em termos mais abstratos. Foi solicitado que expressassem de modo correto os dados e o valor procurado, o que exigiu uma linguagem científica. Na classe IV, Kalmykova (1991) relata que a professora começou a acostumar as crianças a se expressarem em termos matemáticos apropriados não somente no conteúdo do problema, mas também em sua solução. A seguir, a autora descreve o texto argumentativo dos alunos, ao resolver determinado problema que envolve a compra de mercadorias, porém, em suas explicações, não há um ordenamento das ideias e nem mesmo uma linguagem adequada. No entanto, não é essa informação que nos interessa, mas sim o direcionamento da professora Petrova. Ela orientava pouco a pouco os alunos a deixarem a imagem visual e passarem para a abstração, a fim de que eles assimilassem as “categorias matemáticas mais complexas” (KAMYKOVA, 1991, p. 20).

Kalmykova (1991) esclarece que num primeiro momento nem todos os alunos assimilam, mas por intermédio do trabalho sistemático do professor sobre esses conceitos todos se tornam capazes de aprender. Portanto, o trabalho sistematizado sobre os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural capacita para a aprendizagem não somente os bons alunos, mas todos os envolvidos no processo. Em razão de que as reflexões e as proposições, expressas na teoria, apresentam-se enquanto possibilidades para a realização de procedimentos e recursos didáticos ricos de significado e devem figurar como características essenciais no processo de ensino.

Voltamos aos questionamentos iniciais que norteiam esta pesquisa: – Por que alunos que sabem resolver os algoritmos muitas vezes não sabem aplicá-los para resolver os problemas matemáticos? Por que alguns alunos conseguem interpretar e outros não? Em busca dessas respostas, torna-se relevante considerarmos que

[...] o trabalho de formação dos conceitos necessários para resolução de problemas é um meio para aumentar a eficácia da atividade analítico-sintética. Mas a assimilação dos conceitos e das correspondentes leis matemáticas não implica uma habilidade especial para resolver problemas mais complexos. Não basta possuir noções; é necessário ser capaz de as usar no momento preciso, escolhendo as noções necessárias para a solução de determinados problema. Costuma suceder que um aluno não consiga resolver um problema por não saber mobilizar as noções que possui. A escolha das noções necessárias exige uma especial concentração sobre o texto do problema, ou seja, analisá-lo (KALMYKOVA, 1991, p. 20-21).

Nesse sentido, consideramos que, para se conseguir interpretar e resolver um problema matemático, além de aprender os conceitos das operações, dos termos matemáticos e dominar a resolução das operações, é preciso saber mobilizar esses conhecimentos e usá-los adequadamente. Essa mobilização depende da concentração sobre o texto do problema. Os estudos de Kalmykova (1991) apontam que a atividade analítico-sintética é mais complexa na resolução de problemas do que nas resoluções das operações matemáticas. Portanto, é preciso inicialmente partir das resoluções que mobilizem as noções que o aluno possui.

A autora orienta ainda que nos problemas mais simples, cuja solução requer uma única operação, é preciso dividir o problema em partes, analisá-las e encontrar a resposta procurada. Porém ainda não está tudo resolvido. Embasado nas análises anteriormente realizadas das partes, é preciso fazer uma relação entre elas, ou seja, primeiro se analisa para depois sintetizar. Esses direcionamentos tornam-se mais complexos quando se trata de um problema composto por várias operações envolvidas. Novamente, ronda o questionamento já levantado por Kalmykova (1991): – Qual o procedimento correto para ensinar essas formas mais complexas de análise e síntese? Para responder a seu próprio questionamento, e também o nosso, o autor novamente aponta o método utilizado pela professora Petrova. Primeiramente, no momento da leitura a professora dividia o problema em partes e ensinava os alunos a lerem corretamente, com “intervalos lógicos e entonações corretas”. Insistia na leitura cuidadosa, ao ler as palavras que mostravam relações entre a realidade e o problema apresentado, como “no”, “sobre”, “menos”, “mais depressa”. O autor narra que a professora esclarecia que essas palavras eram breves, pequenas, mas de suma importância para se obter a resposta correta. Diante da exigência da professora, os próprios alunos faziam autocobrança da leitura expressiva, ao mesmo tempo em que cobravam dos demais colegas de classe.

Outro direcionamento pedagógico, realizado por Petrova e mencionado por Kalmykova (1991), refere-se à reprodução do problema em forma de texto, dividindo-o em dados e em perguntas. Esse direcionamento, segundo a autora, exigia um pensamento ativo e uma análise rigorosa. As crianças só começavam a realizar problemas depois dessa análise. Resolvido o problema, Petrova solicitava que os alunos indicassem a parte no texto onde estava o problema que justificava a escolha de determinada operação matemática. Dessa forma as crianças aprendiam a escolher as operações, baseando-se na análise do conteúdo do problema.

Kalmykova (1991) observava os procedimentos adotados pela professora, como valorização da pergunta apresentada no problema, análise detalhada dos dados do texto, explicação da operação escolhida para resolver o problema e também a resposta final apresentada pelo aluno.

A professora ensinava seus alunos para que elaborassem várias perguntas sobre o mesmo problema, que exigia a mesma operação. Kalmykova (1991, p. 23) descreve um exemplo: “Um menino tem 20 livros. Propõe as perguntas: ‘Quantos livros lhe restam?’; a segunda: ‘Quanto é a metade dos livros?’; e a terceira: ‘Quantos livros deu a sua irmã?’”. Conforme a análise da autora, as crianças conseguiam comprovar que a operação de subtração respondia a todas as perguntas. Esse tipo de mediação resultava em formação de “conexões múltiplas”, que fundamentavam a resolução de problemas mais complexos.

Outro relato importante nesse processo trata-se da revisão da resolução do problema, realizada pelo próprio aluno, ou seja, primeiramente o aluno comprovava a operação utilizada para resolver o problema por intermédio do texto do problema. Se a resolução não estivesse correta, isso permitia ao aluno aprender a analisar o seu próprio erro e a indicar a parte do problema a que não prestou a devida atenção e que ocasionou o erro.

Kalmykova (1991) adverte que a pressa em consolidar o hábito de resolver problemas e a falta de um tempo maior para explicar detalhadamente o processo de resolução dos problemas provocam nos alunos certa lentidão de raciocínio. Como não conseguem recordar o raciocínio que conduz à solução, também não conseguem transpor o método usado para resolver certo tipo de problema para outro problema. Portanto, é necessário dar ênfase ao método utilizado para resolver os problemas, dispondo de um tempo considerável para as análises. O autor confirma que

[...] uma assimilação consciente dos métodos de resolução de problemas não só exige que se assimile o correspondente sistema de operações aritméticas, como também que se assimile a forma do raciocínio mediante a qual os alunos analisam o conteúdo de um problema e escolhem determinadas operações (KALMYKOVA, 1991, p. 24).

Essa afirmação vem ao encontro de nossa investigação, no que se refere à importância de se dedicar uma atenção especial aos métodos de ensino da análise dos problemas e ao raciocínio durante esta análise, ou seja, compreender as fases que o pensamento percorre até o pensamento por conceitos. Nesse sentido, podemos afirmar que o professor precisa receber uma formação que abranja não somente conteúdos específicos da área, como também conteúdos relacionados a metodologias.

Nessa direção, Saviani (1997), ao elencar os conhecimentos necessários para produzir conhecimento no aluno, define cinco categorias de conhecimentos que consideramos relevantes para nossa pesquisa. Vale ressaltar que nessa discussão ele alerta para uma questão muito difundida na época: a produção de conhecimento pelo próprio aluno; porém, sua posição vai na contramão dessa corrente denominada de *construtivismo*, pois o aluno não produz conhecimentos, mas se apropria dos conhecimentos produzidos, podendo transformá-los.

A primeira categoria definida por Saviani (1997) parece óbvia, pois se refere ao “*domínio do conteúdo curricular*”, todavia é uma categoria que precisa ser consolidada. Vale ressaltar que não importa o nível de atuação, o professor obrigatoriamente deve conhecer amplamente o conteúdo a ser ensinado, por isso precisa dominar os conceitos. Por exemplo, o professor de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, ao ensinar os alunos a resolverem problemas, precisa dominar a resolução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão, compreender as técnicas de tal forma que saiba as razões de cada ação realizada nas operações. Acrescentamos ainda a necessidade de se dominar os conceitos das quatro operações, ou seja, é preciso saber que o conceito da adição está intimamente relacionado com as ideias de juntar quantidades e de acrescentar uma quantidade à outra. Além disso, é necessário compreender que o conceito da subtração está relacionado com as ideias de tirar, comparar e completar, que multiplicação está interligada com as ideias de juntar quantidades iguais e que o conceito da divisão está relacionado com as ideias de repartir igualmente e de medir.

Nas palavras de Saviani (1997, p. 130), o professor precisa dominar os conhecimentos que ensinará:

[...] ele precisa dominar esses conhecimentos para que ele possa, de alguma forma, contribuir para que o aluno também chegue a esse domínio. Diríamos, pois que se trata dos conhecimentos que correspondem aos conteúdos curriculares existentes nas escolas realmente consideradas. São esses conhecimentos que o professor necessita dominar. Com efeito, se se trata, da produção do conhecimento matemático nos alunos, o professor tem que dominar o conhecimento matemático, sem o que parece pouco provável que ele possa dar uma contribuição de importância para que esse tipo de conhecimento se produza no aluno.

Conhecer o conteúdo é o primeiro passo, por sinal muito importante, mas não o suficiente para transmitir o conhecimento para o aluno. A segunda categoria, definida por Saviani (1997), refere-se ao “*conhecimento didático-curricular*”. Enfatiza que é preciso saber como organizar os conteúdos. Saviani (1997, p. 131) define que os conhecimentos precisam ser “dosados, seqüenciados e trabalhados na relação professor-aluno”. O autor afirma que essas duas primeiras categorias são consideradas as modalidades básicas para o professor ensinar com eficiência. É a partir delas que os cursos de licenciatura estão organizados. Esclarece também a diferença entre a escola tradicional e a escola nova. Na escola tradicional a ênfase está nos conhecimentos específicos. Em contrapartida, na escola nova a ênfase está no domínio do processo pedagógico, significando que o professor precisa dominar as formas de ensinar, isto é, as metodologias adotadas. Saviani (1997) faz essa distinção para enfatizar a necessidade de o professor se apropriar do saber pedagógico produzido pela ciência da educação, conhecer as teorias pedagógicas que embasam as políticas educacionais e que influenciam de forma expressiva a prática docente. A terceira categoria refere-se ao “*saber pedagógico*”, ou seja, os conhecimentos produzidos pela ciência da educação.

Não dá para conhecer a escola estudando somente a escola, pois a educação está inserida em um contexto em que sofre diretamente as influências da situação socioeconômica e cultural. Assim, a quarta categoria trata da compreensão das “*condições sócio-históricas*” que determinam a tarefa educativa, conhecimentos imprescindíveis para pensar na formação crítica, pois a criticidade perpassa o conhecimento da totalidade.

A quinta categoria inclui o “*saber atitudinal*”, a responsável por estabelecer coerência entre o saber e o fazer. Como diz o autor, não se trata de confundir

profissão com missão, mas de se adotar uma postura ética. Refere-se às atitudes e posturas próprias da função atribuída ao professor, definidas por Saviani (1997, p. 136) como “disciplina, pontualidade, coerência, clareza, justiça e equidade, diálogo, respeito às pessoas dos educandos, atenção às suas dificuldades, etc.” Segundo o autor, essa competência está relacionada à identidade e à personalidade do professor, mas que são objetos de formação.

Saviani (1997) define, por intermédio das categorias anteriormente apresentadas, a dimensão do conhecimento que o professor precisa dominar. Nossa posição é a de que a ausência de conhecimento em alguma dessas categorias afeta a eficácia do ensino e compromete a possibilidade de o aluno apreender o conhecimento histórico e socialmente produzido pela humanidade. Pois, para atingir o objetivo primordial na educação, é necessário que o trabalho educativo seja uma atividade mediadora entre o indivíduo e a cultura humana e deve ser realizado de forma intencional, de modo a contribuir de forma positiva para a prática social dos alunos.



### **3 SUBTRAÇÃO: ORIGEM HISTÓRICA, CONCEITO MATEMÁTICO E ANÁLISE DOS DOCUMENTOS OFICIAIS**

Nesta seção, abordaremos especificamente o conceito matemático envolvido na pesquisa, a subtração. Para esse fim, consideramos relevante conhecer como esse conceito se desenvolveu ao longo do tempo, bem como defini-lo, usando a linguagem matemática. E, finalizando a seção, analisaremos o enfoque dado à subtração nos documentos oficiais que norteiam o ensino fundamental. De acordo com os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, consideramos indispensável incluir a análise das intencionalidades das políticas públicas apresentadas nesses documentos.

#### **3.1 ORIGEM HISTÓRICA**

Antes das discussões sobre o conceito da subtração, abordaremos um breve histórico do Sistema de Numeração Decimal, dos algoritmos da adição e da subtração e também dos sinais da adição e da subtração. Esses conteúdos são resultados das relações históricas e sociais que a humanidade desenvolveu.

Duarte (2009), ao abordar o trabalho com a matemática com as classes populares, mais especificamente no ensino de adultos, salienta que, para assimilar a matemática como ferramenta cultural, é preciso cautela para não transmitir os conteúdos como se fossem absolutos no tempo e no espaço, ou seja, que os conteúdos matemáticos sejam sempre desenvolvidos da forma como se apresentam. Ao citar o exemplo do ensino da técnica operatória, o autor adverte que não se devem ocultar do processo as razões pelas quais se resolve a operação, como se faz atualmente.

Para Duarte, a resposta desse questionamento encontra-se nos princípios contidos no sistema de numeração decimal. Essa afirmação provoca outro questionamento: – De onde surgiram esses princípios? Segundo Duarte (2009), trata-se de uma transposição para a escrita dos princípios contidos no ábaco, que por sua vez tiveram sua origem na utilização dos dedos das mãos para o registro de

contagem. Sem abordarmos esse processo histórico, o aluno pode até aprender a resolver os algoritmos das operações, porém não terá captado o processo da evolução histórica. Essa postura pedagógica, segundo Duarte (2009), apresenta-se incoerente com a proposta de contribuir com a transformação social, pois é preciso captar a realidade como processo, conhecer as leis internas do desenvolvimento, para então poder captar as possibilidades de transformação social.

Constatamos por meio de pesquisas nos mais diversos materiais, seja em livros didáticos ou em livros paradidáticos, que a noção de número está inteiramente ligada à história da humanidade, pois os conteúdos matemáticos, antes de serem sistematizados pela ciência, fizeram parte da vida das pessoas e se desenvolveram pelas necessidades dos homens.

O surgimento das representações numéricas na história da humanidade encontra-se presente em diversas épocas e em diferentes povos. Mesmo as civilizações menos desenvolvidas apresentavam a percepção do número sem contagem.

Assim, ao estudarmos os processos históricos, encontraremos relatos e pesquisas que comprovam a existência de um sistema rústico de representação numérica entre os povos egípcios há 4.000 a.C., entre os babilônicos há 2.000 anos a.C., e entre romanos tal existência remete ao século III a.C. O sistema de numeração indo-arábico tem esse nome pelo fato de que os hindus inventaram a forma de registro, mas foram os árabes que o transmitiram para a Europa Ocidental.

Segundo Duarte (2009), a origem da base decimal do Sistema de Numeração Decimal está na utilização dos dedos das mãos no processo de contagem. O estabelecimento da relação de correspondência um-a-um entre cada dedo e cada elemento da coleção a ser contada gerou a necessidade de algum tipo de registro para cada vez que se esgotassem os dez dedos nessa correspondência, como, por exemplo, um risco no chão ou colocar uma pedrinha em algum lugar. Cada uma dessas marcas correspondia a dez dedos, assim se estabelecia a correspondência uma para dez, base de Sistema de Numeração utilizado atualmente.

Segundo Duarte (2009), duas características são merecedoras de destaque do sistema criado pelos hindus e difundido pelos árabes, a primeira se trata da utilização de um símbolo para representar a ausência de quantidade, ou seja, a coluna vazia do ábaco, que gerou o símbolo do 0. A segunda característica refere-se

ao valor posicional, isto é, o mesmo símbolo numérico contém um valor conforme a sua posição.

Aliado ao processo histórico da origem do algoritmo e sua relação com o registro posicional da operação no ábaco, indagamos sobre a origem do sinal da subtração (-). Ao considerarmos a quantidade de conteúdos matemáticos produzidos no decorrer da história da humanidade, igualmente será a quantidade de histórias que acompanham os conteúdos. São inúmeros os sinais matemáticos e suas histórias. No entanto, na presente pesquisa, enfatizaremos os sinais da adição e da subtração.

De acordo com Toledo e Toledo (2009), no Papiro de Rhind, um dos mais antigos documentos matemáticos, datado de 1650 a.C., estão registrados 85 problemas do cotidiano do povo egípcio. Nesse documento, a adição é indicada por pernas humanas caminhando em um sentido, e a subtração é representada pelas mesmas pernas, mas caminhando no sentido contrário.

Toledo e Toledo (2009), afirmam que, na Idade Média, os comerciantes usavam a conjunção latina *et* (e) para indicar a adição, e a palavra latina *minus* (menos) para a subtração. Com o passar do tempo, em consequência do traçado rápido, essas palavras foram sofrendo abreviações, até chegar aos símbolos usados atualmente. O sinal da adição (+) passou a tomar uma forma de cruz e teve sua origem da letra “t” da conjunção *et*. O sinal de subtração (-) evoluiu da letra “m”, usada como abreviação da palavra *minus*. Os sinais da adição e da subtração com a finalidade de somar e subtrair foram usados pela primeira vez por Robert Record em 1557.

### 3.2 CONCEITO MATEMÁTICO

Nogueira e Andrade (2011) definem a subtração como a operação pela qual se encontra a diferença entre duas quantidades. Sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  números quaisquer, a sentença matemática que traduz essa operação é:  $a - b = c$  em que,  $a$  é o minuendo,  $b$  é o subtraendo e  $c$  é o resto ou a diferença. O minuendo indica o total do qual se subtrai, o subtraendo expressa a quantia a ser subtraída e a diferença ou

o resto representa o resultado da operação. O algoritmo da subtração sugere que se escreva o subtraendo abaixo do minuendo e se subtraia da direita para a esquerda.

No trabalho pedagógico, são abordados os termos “operação” e “algoritmo”, mas qual a diferença entre eles? Para Nogueira e Andrade (2011, p. 83), “o algoritmo refere-se ao conjunto de procedimento que leva à execução de uma dada operação, enquanto a operação implica nas transformações realizadas sobre os números, quantidades, grandezas e medidas”. Portanto, nos direcionamentos didáticos da matemática, quando citamos o termo “algoritmo”, estamos nos referindo à técnica elaborada para facilitar a execução das operações.

Ao agrupamento de números com características semelhantes denominamos de conjuntos numéricos. O primeiro conjunto que surgiu na história foi o dos números naturais, em razão da necessidade da humanidade em contar, esses são os números positivos: de zero ao infinito. Nesse conjunto, para que seja possível efetuarmos a diferença entre dois números, é preciso que o minuendo seja maior que o subtraendo, ou seja,  $a > b$ .

A subtração está associada às ideias de *retirar*, *completar* ou *comparar*. A ideia de *retirar* corresponde à situação em que, dada uma quantidade, retira-se determinada quantidade. A linguagem matemática é expressa pela sentença  $a - b$ . A ideia de *comparar* envolve duas quantidades e a operação consiste em saber qual das quantidades tem elementos *a mais*, ou *a menos*, e *quanto a mais* ou *quanto a menos*. Esquemáticamente representamos as duas quantidades em correspondência biunívoca e contamos os elementos que sobraram. A sentença matemática para essa situação também é  $a - b$ . A ideia de completar também envolve duas quantidades e a operação consiste em saber quanto deve ser acrescentado a que tem menos quantidade para se obter uma coleção equivalente à primeira. Nessa operação torna-se mais difícil perceber que essa quantidade é obtida por intermédio da subtração, isso porque, de certa forma, estamos encontrando uma parcela desconhecida de uma adição, ou seja,  $b + \dots = a$ .

De acordo com Nogueira e Andrade (2011), a subtração apresenta características peculiares, denominadas de propriedades. A *primeira propriedade* da subtração preconiza que, em uma subtração, se o minuendo for acrescido ou diminuído de certa quantia, e o subtraendo permanecer inalterado, então, a diferença será acrescida ou diminuída dessa mesma quantidade. A *segunda propriedade* indica que, em uma subtração, se o minuendo permanecer inalterado e

o subtraendo for acrescido ou diminuído de uma quantia qualquer, então a diferença será, respectivamente, acrescida ou diminuída dessa mesma quantia. A *terceira propriedade* define que, em uma subtração, se o minuendo e o subtraendo forem acrescidos ou diminuídos de uma mesma quantia, a diferença não se altera.

### 3.3 INTERFACES ENTRE O CONCEITO DE SUBTRAÇÃO E OS DOCUMENTOS OFICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O tema educação, tanto no sentido geral como específico, não pode ser estudado no ensino de matemática adequadamente sem referi-lo ao contexto das relações sociais, políticas e econômicas da sociedade capitalista. Com base em Frigotto (1996), demarcamos a sociedade capitalista como aquela cujo objetivo fundamental é produzir para acumular, concentrar e centralizar. Como consequência, instala-se a contradição advertida por Frigotto (1996, p. 75):

[...] nunca a humanidade teve tanta capacidade técnica e científica de satisfazer as necessidades humanas, facilitar a vida, diminuir o tempo de trabalho, porém perversamente chegou-se ao final do milênio com dois terços da população excluída, sem as condições mínimas para se viver com dignidade.

Perante a realidade brevemente apresentada, emana o questionamento:  
– Que tipo de prática educativa está sendo produzida para se ajustar a educação aos processos do capitalismo? A prioridade do processo produtivo, centrada no lucro e aliada ao acúmulo em prol da minoria da sociedade capitalista, torna-se incapaz de promover minimamente o conjunto de direitos fundamentais para a maioria da população, inclusive o direito à educação. – Sem acesso ao conhecimento, seria possível fazer análise histórica para, ao menos, entender as estruturas das relações vigentes?

Mészáros (2005) adverte que a educação nos últimos 150 anos não só forneceu os conhecimentos e o pessoal necessário ao capitalismo, como também gerou e transferiu um quadro de valores que legitima os interesses dominantes. Como se não pudesse haver alternativa, a própria história foi totalmente deturpada, para esse propósito. Reforçando as colocações acima, Falleiros (2005, p. 211) define que

[...] a sociabilidade capitalista que despontou no Brasil nos anos 1990 vem demandando uma educação capaz de conformar o 'novo homem' de acordo com os pressupostos técnicos, psicológicos, emocionais, morais e ético-políticos da 'flexibilização' do trabalho e com um modelo de cidadania que não interfira nas relações burguesas fundamentais no contexto da ampliação da participação política.

Ao concordarmos com a citação acima, queremos registrar que, para formar esse "novo homem", em 1996 o governo federal elaborou para a educação nacional os documentos denominados Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que são voltados, sobretudo, para a estruturação e a reestruturação dos currículos escolares de todo o país. Comparando com a afirmação da citação anterior, percebemos o quanto a educação está a serviço da lógica do capital. Esse documento vincula os objetivos do ensino com a concepção de cidadania, assim expresso no primeiro objetivo estabelecido nos PCNs para o ensino fundamental:

[...] compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito (BRASIL, 1997a, p. 6).

No objetivo acima, constatamos a relevância da educação voltada para o exercício dos direitos e dos deveres, bem como o repúdio às injustiças, sem questionar as suas causas. Também constatamos a solicitação a atitudes de respeito e solidariedade, resumidamente voltadas para a "conformidade", como apresentado por Falleiros (2005) logo acima.

Em relação aos objetivos da matemática, está posto explicitamente que

[...] o papel que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro norteia estes Parâmetros. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira (BRASIL, 1997b, p. 25).

Essa afirmação deixa explícita a função da matemática a serviço do mundo do trabalho. O documento complementa também que uma das características contemporâneas marcantes trata das mudanças constantes nos métodos de produção. Nesse contexto, surgem novas demandas que exigem que o profissional esteja num contínuo processo de formação e, portanto, "aprender a aprender" é fundamental (BRASIL, 1997b, p. 26).

Outra marca do documento em questão são os temas transversais, que estão definidos como ética, orientação sexual, meio ambiente, saúde e pluralidade cultural. A orientação preconiza que a escola desenvolva projetos que envolvam questões relevantes à comunidade e cita como exemplo a educação ao consumidor. O posicionamento é de que são “contextos privilegiados”, voltados para o desenvolvimento de conteúdos relativos à medida, porcentagem, sistema monetário, e, desse modo, podem merecer especial atenção no planejamento de matemática, ou seja, estão explicitamente ligados ao serviço do mercado.

Se analisarmos os objetivos e princípios de forma fragmentada, desvinculados da intencionalidade dos organismos internacionais, os documentos expressam positivamente as intenções de formação do cidadão. No entanto fica a indagação: – Como formar um cidadão crítico, com base na solidariedade e no respeito, sem questionar a raiz dos problemas? O discurso dos PCNs se aproxima das literaturas religiosas, que têm por objetivo o ensino de valores, em suma, um ensino voltado à conformidade. Falleiros (2005, p. 234) define a essência dessa proposta educacional como “cidadania pacífica e conciliadora, que humanize por si só o capitalismo”.

Retornando aos questionamentos iniciais: – Que tipo de prática educativa está sendo produzida para se ajustar a educação aos processos do capitalismo? – Como está a formação básica do cidadão brasileiro, de maneira especial os da classe trabalhadora?, efetivamente, não seria necessário o resultado de avaliações oficiais para afirmarmos que a escola não tem cumprido sua função prioritária, qual seja, a de ensinar conteúdos. No entanto nos deparamos com o discurso do fracasso, que tem se tornado unânime e encontra-se no interior e no exterior da escola.

Essa situação pode ser exemplificada com os dados do relatório do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)<sup>6</sup>, divulgado no início do mês de abril de 2014. Na realização de testes de solução de problemas matemáticos, feitos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), os estudantes brasileiros de 15 anos ficaram em 38º lugar entre jovens de 44 países,

---

<sup>6</sup> O *Programme for International Student Assessment* (PISA) é uma avaliação comparada que é aplicada a estudantes da faixa de 15 anos de idade, período referente ao término da escolaridade básica, obrigatória na maioria dos países. É desenvolvido e coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). No Brasil, o Pisa é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) (BRASIL, 2012).

ou seja, 47,3% dos brasileiros tiveram baixo desempenho e só 1,8% conseguiram solucionar problemas matemáticos complexos.<sup>7</sup>

Os dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)<sup>8</sup>, prova que avalia bienalmente estudantes brasileiros em língua portuguesa e matemática, mostram aumento das médias nas duas disciplinas a partir de 2003. Com o desempenho dos alunos nessa avaliação e na taxa de rendimento escolar (aprovação e evasão), é calculado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Em 2013, na área de matemática, os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental apresentaram um desempenho de 5,2, enquanto que nos anos finais a média foi de 4,2 e, no ensino médio, atingiram a média de 3,7 (BRASIL, 2013a). De acordo com os critérios utilizados na avaliação desse índice, ao término da educação básica, a média de desempenho dos alunos brasileiros em matemática diminuiu 15%. Essa avaliação indica, com pesar, que, no decorrer dos anos escolares, o ensino não consegue manter o nível de aprendizagem dos alunos.

Ao analisar esses índices apresentados pelas avaliações oficiais e o nível de dificuldade com que muitos alunos concluem os anos iniciais do ensino fundamental, buscamos as respostas no interior da escola, na organização curricular. Todavia as respostas a esses questionamentos não podem ser formuladas em uma única via, isto é, apenas pelo simples diagnóstico de como se aprende e como se ensina. A concepção que defendemos se fundamenta na influência do meio onde a criança está inserida e nos estímulos que ela recebe. Esses fatores podem promover o seu desenvolvimento ou atravancá-lo. Nesse sentido, a primeira questão a ser levantada seria: – Quais os estímulos que os filhos dos trabalhadores, sem acesso às informações, sem acesso à cultura acumulada pela humanidade, estão recebendo? O segundo ponto a ser considerado refere-se às políticas públicas educacionais: – É de interesse da política educacional que os estudantes “dominem o que os dominantes dominam”? (SAVIANI, 2003, p. 55). Se essas questões não forem refletidas, corremos o risco de ser levados a concluir que a raiz do problema da não aprendizagem se reduz à deficiência da formação dos professores, como verificamos nos PCNs da área de matemática:

---

<sup>7</sup> Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/educacao/2014/04/1434058-alunos-brasileiros-ficam-entre-os-ultimos-em-teste-de-solucao-de-problemas.shtml>>. Acesso em: 5 abr. 2014.

<sup>8</sup> O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é um conjunto de sistemas de avaliação do ensino brasileiro, desenvolvido e gerenciado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, autarquia do Ministério da Educação (MEC) (BRASIL, 2013b).



[...] parte dos problemas referentes ao ensino de matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho (BRASIL, 1997b, p. 22).

Não desconsideramos a fragilidade da formação e sua interferência no processo de ensino e aprendizagem, mas o texto apresentado não aborda a raiz do problema, cita como causa da não aprendizagem a formação dos professores e como acréscimo a questão das condições de trabalho, ou seja, tudo se resume na má formação do professor. Infelizmente, após duas décadas, verificamos que esse posicionamento ainda não foi superado e encontra-se fortemente marcado pelos discursos político-educacionais, como também no interior da escola, fazendo com que os professores se sintam culpados, chegando ao ponto de muitos perderem a saúde física e a psicológica.

Os problemas que estão na escola não são exclusivos da escola, porém as discussões e a recondução da prática educativa no interior da escola, em cursos de formação e em reuniões pedagógicas, giram em torno das metodologias e dos recursos didáticos a serem utilizados. As intencionalidades das políticas do Estado não colocam a educação como prioridade, bem como o entendimento das estruturas e as contradições de trabalho permanecem intactas, contrariando a advertência de Gramsci (2011), que diz que os remédios precisam ser essenciais e não formais. Estamos diante do desafio do trabalho pedagógico, que é a condução do ensino intencional que permite identificar as situações e organizar as atividades que realmente contribuam para o desenvolvimento dos conceitos científicos nesse contexto de contradição.

A educação escolar, aqui defendida, toma como princípio a síntese do pensamento de Saviani (2003, p. 13) que define o trabalho educativo como “o ato de produzir em cada indivíduo singular a humanidade produzida histórica e coletivamente pelo conjunto dos homens”. Produzir a humanidade exige audácia, requer conhecimento pleno, totalidade, e não fragmentos de conhecimento que não potencializam o desenvolvimento intelectual. A defesa é pela educação promotora de desenvolvimento que busca pautar sua prática na teoria da pedagogia histórico-crítica, na qual o papel da escola consiste em transmitir os conteúdos culturais e

históricos. Exposta essa defesa, sobrevém o questionamento: – As práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula estão fundamentadas em qual teoria?

Em nossa prática pedagógica é possível observar que existem entre os educadores vários posicionamentos, dentre eles, relatos de que fazem uma mistura de teorias, são ecléticos, outros que dizem não pautar sua prática em teoria pelo fato de que “teoria é uma coisa e prática é outra” e por fim aqueles que, apesar dos enfrentamentos, buscam apoiar sua prática em uma teoria. Afirmamos que toda prática pedagógica reflete uma teoria pedagógica, mesmo de forma inconsciente por parte do educador. Inconsciente pelo fato de que as políticas públicas que direcionam a educação se materializam por meio dos livros didáticos, revistas pedagógicas, livros paradidáticos, materiais disponibilizados pelos órgãos públicos que chegam a todas as escolas. As teorias que sustentam as políticas públicas encontram-se fortemente marcadas nos diversos materiais produzidos, portanto não são neutras, pelo contrário, trazem embutida a concepção teórica.

Ao abordar questões pertinentes nessa direção, Galuch e Sforzi (2011, p. 56) afirmam que

[...] mesmo sendo documentos orientadores, sem a obrigatoriedade de serem implantados na íntegra, mesmo que as secretarias de educação não os assumam oficialmente, não há como desconsiderar a força que uma proposta curricular exerce sobre a educação escolar.

Essa afirmação condiz com a prática educativa das escolas municipais que trabalham com os anos iniciais do ensino fundamental no Estado do Paraná. Nas últimas duas décadas essas escolas tiveram como referência três documentos oficiais de ensino: o currículo básico para a escola pública do Estado do Paraná, publicado em 1990; os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, publicados em 1997, e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná, publicadas em 2008. Cada qual contém as concepções pedagógicas da política governamental de sua época e de forma consciente ou inconsciente direcionam a prática pedagógica dos professores.

Pretendemos, mesmo que de forma breve, analisar o encaminhamento pedagógico para o ensino do conceito da subtração e suas intencionalidades nos documentos acima citados. Como se trata de um conteúdo da área de matemática,

primeiramente compararemos a concepção de matemática. No Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná verificamos assim o entendimento da matemática:

[...] como parte do conjunto de conhecimentos científicos, é um bem cultural construído nas relações do homem com o mundo em que vive e no interior das relações sociais. No entanto, o predomínio de uma concepção platônico-formalista de Matemática enfatizando que esse conhecimento é produzido e se desenvolve atendendo às solicitações da própria Ciência (refinando seu próprio instrumental matemático, sem que haja qualquer ligação imediata com a prática), tem permitido que o conhecimento matemático seja visto distanciado do processo histórico-social onde é produzido e que ajuda a produzir (PARANÁ, 1990, p. 57).

Contrapondo o posicionamento acima, que valoriza a matemática como conjunto de conhecimentos científicos, os PCNs de matemática apresentam como um dos princípios de matemática no ensino fundamental a sua relevância na construção da cidadania, à medida que a sociedade se utiliza dos conhecimentos que os cidadãos devem adquirir. Critica a insistência em ensinar conteúdos, o trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da álgebra nas séries finais, como também a falta de vinculação da matemática com as suas aplicações práticas.

De certa forma, critica os conteúdos clássicos e supervaloriza os conteúdos espontâneos, voltados à realidade dos alunos. Para tal, considera ser de fundamental importância o professor conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência e seus conhecimentos informais sobre o assunto estudado.

Nos PCNs de matemática podemos encontrar entre os objetivos para o ensino indicações como: “identificar os conhecimentos matemáticos”, “fazer observações sistemáticas”, “resolver situações-problema”, “comunicar-se matematicamente”, “estabelecer conexões entre temas matemáticos”, “sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos”, “interagir com seus pares” (BRASIL, 1997b). – E a aprendizagem dos conteúdos, onde fica? Diferentemente dessas orientações contidas nos PCNs, as orientações presentes no Currículo Básico (1990) advertem que a apropriação do conhecimento sintetizado em um currículo básico é fundamental. Pela reformulação de conteúdos, a proposta sugere a observação de alguns itens que consideramos essenciais nas avaliações, isto é, cita com exatidão os conteúdos a serem aprendidos no ciclo básico e nas séries posteriores ao ensino fundamental.

No Currículo Básico para as Escolas Públicas do Paraná, publicado em 1990, pautado na pedagogia histórico-crítica, o conceito da subtração, que envolve as três ideias: retirar, comparar e completar, é mencionado em dois momentos, ambos na pré-escola, assim denominada na época. O primeiro é mencionado ao abordar o encaminhamento metodológico das operações fundamentais no sistema de numeração decimal, assim descrito:

[...] as principais ideias presentes na subtração são: tirar, comparar e completar. É a partir da ideia de 'tirar' que as outras ideias se desenvolvem. Essas ideias devem ser apresentadas em atividades nas quais as crianças se envolvam verdadeiramente e/ou utilizem algum tipo de material. (PARANÁ, 1990, p. 62)

O segundo momento acontece na seção que aborda os conteúdos a serem desenvolvidos no eixo “classificação, seriação e números”, assim definidos: “[...] ideia de tirar quantidades de uma quantidade maior (Subtração - ideia Subtrativa); ideia de colocar quantidades para formar uma quantidade dada (Subtração - Ideia Aditiva); Ideia de comparar” (PARANÁ, 1990, p. 65). No Currículo Básico para as Escolas Públicas do Paraná (1990) as ideias da subtração estão presentes somente na pré-escola, porém vale salientar que a proposta curricular se apresenta de “forma espiral”, isto é, amplia progressivamente sem descartar o que já foi ensinado.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 1997, na definição dos objetivos do ensino de matemática no primeiro ciclo, encontramos o seguinte registro:

[...] resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações (BRASIL, 1997b, p. 47).

No decorrer do texto dos PCNs de matemática, tanto no que se refere ao 1º ou ao segundo ciclo, encontramos diversas vezes o termo “significado das operações”, em substituição ao termo “ideias das operações”, utilizado no Currículo Básico do Paraná (1990). Verificamos uma repetição de encaminhamentos referentes aos significados das operações no segundo ciclo, por esse motivo a análise priorizará a abordagem referente ao primeiro ciclo.

Neste ciclo, as orientações para trabalhar esses “significados das operações” consistem em priorizar a adição e a subtração, aproximar o aluno dessas operações a fim de que adquira confiança em sua própria capacidade para aprender matemática e que seja explorado um bom repertório de problemas que lhe permita avançar no processo de formação de conceitos.

O objetivo de formação do conceito é mencionado, mas sem uma definição clara de que conceito se trata. No caso específico da subtração, não se esclarecem as ideias de retirar, comparar e completar. Outro aspecto do documento que merece destaque trata das categorias em que os conteúdos são organizados:

[...] neste documento, os conteúdos são abordados em três grandes categorias: conteúdos conceituais, que envolvem fatos e princípios; conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais, que envolvem a abordagem de valores, normas e atitudes (BRASIL, 1997a, p. 51).

Ao listar os conteúdos dos ciclos, não há uma separação entre os conteúdos conceituais e os procedimentais, mas uma valorização dos procedimentos a serem implementados e aprendidos. Surge o questionamento sobre a definição exata sobre o que tratam os conteúdos conceituais. Segundo o documento, tais conteúdos “[...] referem-se à construção ativa das capacidades intelectuais para operar com símbolos, ideias, imagens e representações que permitem organizar a realidade” (BRASIL, 1997a, p. 51). Ocorre, assim, uma flexibilização do próprio conceito de conteúdo, admitindo-se que ele inclui os procedimentos e também os processos cognitivos pelos quais os alunos constroem as representações dos conteúdos.

Os significados das operações no decorrer do documento em análise são abordados em outros momentos, porém, em se tratando de uma breve análise, detemo-nos, a partir deste ponto, em três momentos considerados relevantes. O primeiro deles refere-se aos conteúdos conceituais que, ao tratar das operações com números naturais, definem como conteúdo “a análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração” (BRASIL, 1997b, p. 51).

O segundo momento refere-se aos critérios de avaliação de matemática para o primeiro ciclo, em que se define que ao final desse ciclo os diferentes significados das operações não estão consolidados, e por isso propõe-se consolidá-los no segundo ciclo, por meio de atividades que permitam ao aluno progredir na

construção de conceitos e procedimentos matemáticos. Além disso, o documento assinala que o finalizar desse ciclo não significa que se constitui um “marco de terminalidade” da aprendizagem desses conteúdos, isto é, é essencial que o aluno reafirme a confiança em si próprio diante da resolução de problemas, valorize suas estratégias pessoais e também aquelas que são frutos da evolução histórica do conhecimento matemático.

O terceiro momento encontra-se nas orientações didáticas para o primeiro ciclo no eixo “operações com números naturais”. Sob o título “adição e subtração: significados”, o documento esclarece que a “construção dos diferentes significados” leva tempo e ocorre pela “*descoberta*” de diferentes procedimentos de solução, e que o estudo da adição e da subtração deve ser proposto ao longo dos dois ciclos. Finalizando, as orientações apresentam exemplos de problema resolvidos por intermédio da adição e da subtração com o objetivo de evidenciar os aspectos fundamentais e as diferenças existentes entre os significados das operações.

As orientações em relação aos “significados das operações” são citadas em diversos momentos, porém não se define quais são esses significados. A proposta, como vimos, é que o aluno construa esses significados por meio das situações apresentadas, porém as ideias da subtração de tirar, comparar e completar são conhecimentos clássicos e necessitam estar definidos para que o professor possa conduzir os encaminhamentos com eficiência. É preciso valorizar o conhecimento do aluno, suas estratégias de resolução, a maneira como desenvolve o raciocínio, no entanto o conteúdo a ser ensinado já está definido, construído historicamente, não precisa ser construído novamente, mas apropriado e transformado.

Os dois documentos educacionais citados, o Currículo Básico para as Escolas Públicas do Paraná (1990), publicado há mais de duas décadas, e os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), publicados há 19 anos, têm por objetivo direcionar os encaminhamentos pedagógicos do ensino fundamental, abrangendo os anos iniciais e finais.

No entanto, a partir de 2007, as escolas do Estado do Paraná contaram com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, as DCEs, produzidas coletivamente pelos professores das escolas públicas. Em relação ao ensino fundamental, a abordagem está voltada com maior ênfase para os anos finais. Tendo em vista a importância da opção teórica em relação aos encaminhamentos pedagógicos, há questionamentos sobre as perspectivas que norteiam as referidas diretrizes. Quiçá a

proposta pedagógica das DCEs retoma a opção pela pedagogia histórico-crítica, preconizada também pelo currículo básico. Entretanto essas propostas teriam a força mobilizadora necessária para enfrentar as tramas das relações sociais e econômicas da sociedade capitalista e provocar transformações? Segundo Vandresen (2011, p. 510):

É preciso pensar a educação como resistência, como exercício da diferença, que promove a transferência do presente, dos territórios estabelecidos. As DCEs não orientam neste sentido, o que gera um perigo, o de fazer do ensino apenas uma atividade de reflexão epistemológica/conceitual e a formação do aluno cair na constituição de um sujeito flexível, para atender a demanda do mercado capitalista neoliberal.

Vandresen (2011) analisa que as DCEs não retomam efetivamente a opção pela pedagogia histórico-crítica por não orientar ações que possam provocar as transformações sociais necessárias, assim, tornam o ensino apenas uma atividade de reflexão, em que o aluno passa a ser formado como “sujeito reflexivo”, atendendo às necessidades impostas pelo mercado capitalista.

Nas Diretrizes Curriculares para Educação Básica (2008) foram selecionados e definidos os conteúdos estruturantes como “os conhecimentos de grande amplitude, os conceitos e as práticas que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a sua compreensão” (PARANÁ, 2008, p. 51).

Dentre os conteúdos estruturantes, encontram-se números e álgebra. O texto cita como uma das expectativas de ensino e de aprendizagem desse conteúdo que os alunos compreendam os conceitos da adição, subtração, multiplicação, divisão, dentre outros. Ao se trabalhar os encaminhamentos metodológicos, orientam que os conteúdos propostos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da educação matemática que fundamentam a prática docente. Dentre essas metodologias, encontra-se a resolução de problemas. Prosseguindo a reflexão sobre as tendências metodológicas, aborda as etapas da resolução de problemas, segundo Polya (2006), e também o desafio do ensino da matemática, segundo Dante (2003). Quanto à abordagem de conteúdos para a resolução de problemas, a DCE de matemática argumenta que esta metodologia torna as aulas mais dinâmicas, possibilitando compreender os argumentos matemáticos, ou seja, a resolução de problemas é considerada uma metodologia eficiente para se aplicar os

conteúdos, porém não faz referência clara sobre os conceitos das operações e sua relação com a interpretação matemática.

Diante do nível de desenvolvimento em que a maior parte dos alunos de escola pública chega até a escola, pela miséria causada pelo capitalismo voraz, perante o nível cultural da comunidade onde os alunos estão inseridos e frente às condições precárias de trabalho das escolas públicas, refletidas nos resultados de aprendizagem dos alunos que concluem os anos iniciais do ensino fundamental e no desgaste de muitos professores que chegam à exaustão, ousamos questionar o fracasso da escola. Na maioria das situações, as escolas retiram “água de pedra”, dito em outras palavras, conseguem resultados além do possível. É oportuno lembrarmos que

[...] a relação entre o problema e a sua solução na verdade está revertida, com isso redefinindo ahistoricamente o primeiro de maneira a ajustar-se a solução – capitalisticamente permissível – que fora conceptualmente preconcebida. E isto o que acontece mesmo quando um reformador social e educacional iluminado, que honestamente tenta remediar os efeitos alienantes e desumanizantes do ‘poder do dinheiro’ e da ‘procura do lucro’ que ele deplora, não pode escapar ao colete-de-forças auto-imposto das determinações causais do capital. O impacto da lógica incorrigível do capital sobre a educação tem sido grande ao longo do desenvolvimento do sistema (MÉSZÁROS, 2005, p. 112).

Diante dos enfrentamentos e possibilidades que se apresentam, defendemos que a coerência entre o referencial teórico e a atuação do professor, acrescida de estudos e discussões permanentes sobre as intencionalidades das políticas públicas e da “lógica incorrigível do capital”, pode contribuir consideravelmente para potencializar os professores e, conseqüentemente, os alunos. Nossa posição encontra-se centrada na defesa da valorização dos conhecimentos científicos, pois “dominar o que os dominantes dominam” pode constituir-se em um instrumento de luta e de transformação (SAVIANI, 2003).



#### **4 ANÁLISE DAS MANIFESTAÇÕES DA LINGUAGEM DOS ALUNOS NAS TAREFAS DE INTERVENÇÕES MATEMÁTICAS**

Nesta seção analisaremos tarefas pedagógicas relativas à aprendizagem do conceito da subtração com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. Para isso, nossa atenção voltar-se-á aos indícios que possam pontuar o nível de consciência da ação de subtrair. Perante as dificuldades apresentadas na interpretação matemática em resolver problemas matemáticos e da hipótese de que os alunos realizam as operações, resolvem os algoritmos, mas não têm consciência da ação que realizam, ou seja, não se apropriaram dos conceitos científicos, procuramos planejar as tarefas com o objetivo de conhecer o nível de consciência da ação de subtrair por intermédio da análise da manifestação da linguagem. Para esse fim, desenvolvemos um trabalho pedagógico que envolveu crianças<sup>9</sup> de nove a 11 anos, matriculadas no quarto ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de Alto Paraná-PR.

Como afirmamos anteriormente, se as privações culturais e econômicas afetam a aprendizagem, consideramos necessário conhecer o contexto em que os alunos envolvidos nesta pesquisa estão inseridos.

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2010), Alto Paraná, município situado no noroeste do Estado do Paraná, tem uma população de 13.663 habitantes. Suas principais atividades econômicas são baseadas na agricultura, na pecuária e na indústria moveleira.

Como já apresentado na segunda seção deste trabalho, de acordo com o Atlas de Desenvolvimento Humano Municipal (BRASIL, 2013a), em Alto Paraná, 20% da população mais pobre se apropriam de 5,37% da renda, enquanto 10% da população mais rica fica com 33,29% da renda do município. Especificamente, em relação às crianças, 2,24 % são extremamente pobres e 37,17% estão em situação vulnerável à pobreza, ou seja, a renda familiar per capita é um valor igual ou inferior a meio salário mínimo mensal (BRASIL, 2013a). Perante os dados apresentados, podemos afirmar que há má distribuição de rendas. A população empobrecida reside na periferia da cidade e nos distritos de Maristela e Santa Maria. A maioria dos

---

<sup>9</sup> Segundo o ECA – Estatuto da Criança e do Adolescente (BRASIL, 2002), é considerado criança o cidadão que tem até 12 anos incompletos.

alunos da escola onde a pesquisa foi realizada reside na Vila Granada, conhecida também como “Morro” ou “Morro da Caveira”.

Em relação à educação, de acordo com o Atlas de Desenvolvimento Humano Municipal (BRASIL, 2013a), a taxa de analfabetismo é de 10,38 %, índice mais elevado do que a taxa do Brasil, que é de 9,61. O Índice do Desenvolvimento Humano Municipal demonstra que a educação é de 0,587, classificado como baixo, menor do que índice do Brasil, que é de 0,637.

Nos últimos cinco anos, de acordo com o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA (2013), houve aumento da criminalidade no município, aliado principalmente ao crescente número de usuários de drogas ilícitas.

Essa breve apresentação do município de Alto Paraná está diretamente ligada com o processo de aprendizagem dos alunos. Não há possibilidade de entender a escola, sem considerar a realidade social e econômica em que ela está inserida.

A escola em que a pesquisa foi realizada foi criada há 40 anos e atende atualmente a 305 alunos, distribuídos na educação infantil, ensino fundamental - anos iniciais, educação especial e educação de jovens e adultos. De acordo com o Projeto Político-Pedagógico da escola (ALTO PARANÁ, 2015), 41% das famílias desempenham trabalho rural, 54% participam do Programa Bolsa Família, 63% moram em casa própria e 72% não têm acesso à rede de internet. Esses dados revelam que a maioria das famílias dos alunos da escola é empobrecida. Atualmente, a escola dispõe de 11 salas de aula, pátio e quadra coberta, refeitório, sala de informática, biblioteca, parque infantil, porém a escola não tem uma estrutura física adequada para crianças e o estado de conservação do prédio encontra-se precário. O corpo docente é composto por 25 professoras com formação em nível superior, acrescido de pós-graduação em nível de *lato sensu*.

Nos resultados do SAEB/Prova Brasil 2013, na escala de proficiência de 0 a 500, os alunos obtiveram uma média de 187,92 em língua portuguesa e de 209,86 em matemática. Com base nesse desempenho e no fluxo escolar, a escola atingiu a média de 4,7 no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Esse índice sofreu alterações durante a última década, atingindo 5,2 em 2011, entretanto voltou a diminuir, ficando em 4,7. Comparando o IDEB atual com o índice de 2005, esse índice obteve o acréscimo de apenas um ponto.

Nesse contexto, assumimos a limitação da escola na contemporaneidade, em não conseguir estimular os alunos, em situação de vulnerabilidade, a se interessar pelos estudos ao ponto de ter consciência da própria ação de estudar. Contudo o que observamos nos dias atuais é uma escola que, ao refletir a realidade social, deixa de exercer seu papel de transmitir os conhecimentos, haja vista que nada mudou na lógica do funcionamento da sociedade capitalista.

Como já apresentado na primeira seção deste trabalho, esta pesquisa é a continuidade de um trabalho que desenvolvemos no curso de especialização, agora com o foco voltado somente para a subtração. Temos ciência de que o tempo do curso de um mestrado não permitiria abordar as quatro operações matemáticas.

Após um período dedicado ao planejamento, ficou decidido que as aulas seriam desenvolvidas no quarto ano do ensino fundamental, em que estariam envolvidos os 22 alunos matriculados. Escolhemos essa turma, pois a expectativa de aprendizagem dos alunos inseridos nesse ano escolar é de que tenham se apropriado desse conteúdo, uma vez que estudaram subtração, no mínimo, durante quatro anos.

É válido informar que atuamos nessa escola na função de coordenadora pedagógica, o que significa que conhecemos a atual situação de aprendizagem dos alunos, bem como os direcionamentos didáticos da escola em que a pesquisa foi realizada. Vale salientar que levamos em consideração todas as influências que a escola recebe, inclusive que não é de interesse da política educacional que os estudantes “dominem o que os dominantes dominam” (SAVIANI, 2003, p. 55), por isso reafirmamos nossa defesa pelo ensino dos conhecimentos científicos, pois o conhecimento pode constituir-se em instrumento de luta e de transformação.

Nesta investigação, analisamos uma realidade particular, porém não é exclusiva, ela representa de certa forma a realidade dos alunos de escola pública. A análise foi realizada a partir do desempenho dos alunos ao resolver situações que envolviam as ideias da subtração (retirar, comparar e completar). Nosso objeto de análise foram as explicações dadas pelos alunos, no processo de resolução das atividades. As explicações se manifestaram de forma oral, por intermédio de desenhos e também pela manipulação de materiais. As aulas foram gravadas (em vídeo) a fim de revermos o desenvolvimento das tarefas. Com base na resolução das tarefas propostas e das explicações dos alunos sobre o caminho percorrido para resolvê-las, foi possível sinalizar a tomada de consciência.

Antes de iniciarmos o desenvolvimento das aulas, tínhamos preparadas as tarefas referentes às duas primeiras aulas, primeiramente revisariamos os conteúdos básicos da subtração e, posteriormente, esses conteúdos seriam aplicados para a resolução dos problemas matemáticos.

Como já explicado anteriormente, coube à pesquisadora a aplicação das atividades pedagógicas com os alunos do quarto ano do ensino fundamental. Por isso, a partir deste momento, passaremos a utilizar a primeira pessoa do singular.

Nos relatos do desenvolvimento das aulas, há partes em que relatarei o desenvolvimento sem transcrever os discursos, pois foram respostas repetitivas. Em outras partes transcreverei a conversação, identificadas no texto, utilizando a letra em formato itálico. Quando as explicações dos alunos não ficarem claras, farei a transcrição da fala, utilizando notas entre parênteses, como também serão acrescentadas imagens, quando consideradas relevantes para a compreensão por parte do leitor.

As tarefas referentes à pesquisa foram organizadas em três aulas. Neste momento, apresentarei de forma resumida essa organização, pois o relato mais detalhado será realizado na introdução de cada aula, acompanhado de seus respectivos objetivos e recursos didáticos.

Na primeira aula, fiz uma revisão de conteúdos abordando o nome científico das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), nomenclatura dos termos (minuendo, subtraendo e diferença ou resto) e finalizei retomando as ideias da subtração (retirar, comparar e completar). Na segunda aula, primeiramente, propus a resolução de problemas matemáticos que envolviam as quatro operações matemáticas e, no segundo momento da aula, abordei exclusivamente os problemas de subtração. Na terceira aula, de acordo com as dificuldades apresentadas pelos alunos, retomei dois desses problemas que envolviam a subtração para que fossem resolvidos novamente, usando material manipulável.

#### 4.1 PRIMEIRA AULA

Na primeira aula realizei uma revisão dos conteúdos elementares relacionados à subtração, abordados nos anos escolares precedentes ao quarto

ano. Os objetivos dessa revisão foi primeiramente avaliar os conteúdos elementares apropriados pelos alunos e em segundo plano retomar os conteúdos iniciais de uma sequência didática para o ensino da subtração.

Inicialmente expliquei para os alunos que a classe tinha sido escolhida para participar de um estudo sobre a subtração e que as atividades propostas não teriam muitos registros escritos, pois o foco principal não estava na resolução correta da tarefa, mas na explicitação do pensamento envolvido na resolução. Em seguida, expliquei que direcionaria a aula, não como coordenadora pedagógica da escola, mas como pesquisadora do curso de mestrado. Acrescentei que as aulas seriam filmadas para posterior análise e que os pais ou os responsáveis estavam cientes, pois haviam assinado um termo de consentimento.

Os nomes adotados nesta pesquisa são fictícios, a fim de preservar a identidade dos alunos.

#### **4.1.1 Revisão dos conteúdos referentes à subtração**

*Pesquisadora: A nossa aula de hoje será sobre a subtração. O que vocês sabem sobre, ou o que vocês se lembram sobre a subtração?*

*Carlos: Continua de mais.*

*Pesquisadora: Continua tem certo sentido, mas é de mais?*

*Ivan: Continua de menos.*

*Laura: Continua de vezes.*

*Ivan: Continua de dividir.*

Os alunos que responderam à pergunta, exceto o Ivan, confundiram a subtração com as demais operações, talvez por ter sido nomeada por intermédio do nome científico. Outro aspecto que chama a atenção é a referência principal que os alunos fazem em relação às operações, nomeando-as de “continhas”. Na sequência, perguntei quem lhes tinha ensinado a subtração e obtive como resposta, quase que unânime, que aprenderam a subtração no terceiro ano. Somente o aluno Carlos disse que foi no segundo ano, observei que consideram como subtração o algoritmo,

porém a operação de subtração está presente como conteúdo curricular, desde a educação infantil.

A seguir, organizei os alunos em grupos e direcionei as tarefas<sup>10</sup> impressas em folhas de sulfite. Na primeira tarefa solicitei que elaborassem um problema matemático que fosse resolvido por meio da subtração, com o objetivo de investigar quais as ideias da subtração (retirar, comparar e completar). Os alunos identificaram como situação subtrativa. Inicialmente os alunos não conseguiam compreender a pergunta, então, dei um exemplo para que iniciassem a tarefa proposta. Em nossa análise, a dificuldade de compreensão é resultado do ensino voltado para a resolução de problemas e não para a elaboração de problemas matemáticos, ou seja, não há mediação nesse aspecto. A ausência desse tipo de mediação está no fato de que as aulas de matemáticas são voltadas para atividades mecânicas, que exigem pouco raciocínio por parte dos alunos e dos professores. Essa postura didática se fundamenta na falta de “*conhecimentos didático-curricular*” (SAVIANI, 1997), ou seja, a falta de conhecimento sobre como organizar didaticamente a produção pelos alunos de texto de problemas matemáticos. Verifiquei que o conceito de “problema matemático” não foi apreendido pelos alunos, por isso precisaram de exemplo para compreender o que foi solicitado e realizá-lo. Vale salientar que a resolução mecânica de problemas, em que o professor lê insistentemente e quase resolve as operações, pouco ou nada contribui para a tomada de consciência das ações que os alunos estão realizando.

Em dupla ou em trio, após a elaboração, os alunos leram em plenário os seguintes problemas:

Grupo 1: *Carlos tem R\$ 30,00 e comprou R\$ 5,00 de bola. Com quantos reais ele ficou?*

Grupo 2: *Eu tinha 12 laranjas e comi quatro. Fiquei com quantas laranjas?*

Grupo 3: *Eu tinha 12 bolinhas e o meu irmão tinha dez. Com quantas eu fiquei? Com três.*

O grupo 3 elaborou o problema simples e respondeu que a diferença entre eles seria três, portanto, a resposta estava errada.

---

<sup>10</sup> Ver mais sobre esse assunto no apêndice A.

Grupo 4: *Ontem eu fui a barraca de fruta comprar dez maçãs, comi três. Com quantas fiquei?*

Paulo: *Eu tinha R\$ 10,00 e gastei R\$ 7,00. Com quantos eu fiquei?*

Grupo 5: *Eu tinha cinco canetões e gastei três. Com quantos eu fiquei?*

Grupo 6: *Eu tinha dez maçãs e dei cinco para o meu amigo. Eu fiquei com cinco.*

Tiago: *Eu tinha 20 maçãs e comi dez. Quantas ficarão?*

Grupo 7: *Eu tinha 20 balas e dei dez para a minha amiga. Quantas eu fiquei?*

Ao analisar os problemas elaborados pelos alunos, pude verificar que o conceito internalizado da subtração estava pautado somente na ideia de retirar, com exceção do grupo 3, que elaborou uma situação que apontava para a ideia de comparar, assim apresentada: “*Eu tinha 12 bolinhas e o meu irmão tinha 10*”. A ideia presente nessa situação é a de comparar, no entanto não está corretamente elaborada, pois a pergunta “*Com quantas eu fiquei?*” se aproxima da ideia de retirar. A equipe, além da falta de relação entre a situação apresentada e a pergunta elaborada, respondeu de forma errada, mesmo o problema apresentando um baixo nível de complexidade. Esses erros indicam que os alunos dessa equipe realizaram a tarefa sem tomar consciência do que estavam fazendo.

A seguir, propus a segunda tarefa<sup>11</sup>, organizada em dois momentos. O primeiro momento consistia em relembrar os nomes dos termos das operações: minuendo, subtraendo, resto ou diferença. O objetivo desse momento foi procurar evitar que os alunos não compreendessem as tarefas a serem desenvolvidas nas aulas posteriores por não saberem ou não lembrarem a nomenclatura dos termos da subtração. Os alunos demonstraram conhecer esses termos.

Prosseguindo a aula, propus o segundo momento da mesma tarefa, com o objetivo de referir-se à especificidade da subtração: no conjunto dos números naturais, a diferença só existe quando o primeiro número (minuendo) for maior ou igual ao segundo número (subtraendo). Caso contrário, o resto seria um número negativo, ou seja, um número não natural. Fiz essa abordagem para que os alunos, no momento de resolver os problemas nas aulas posteriores, fizessem uso dessa especificidade da subtração.

---

<sup>11</sup> Ver mais sobre essa questão no apêndice A.

Solicitei aos alunos que observassem as operações anteriores, nas quais eles tinham nomeado os termos, e verificassem qual era o termo maior, isto é, o minuendo ou o subtraendo. A resposta foi unânime, afirmando que o minuendo é maior, mas, ao questionar sobre a regularidade, isto é, se sempre será assim, as opiniões divergiram. Aproximadamente 50% dos alunos disseram que sim, 40% disseram que não e em torno de 10% não opinaram. A resposta esperada era a de que no conjunto dos números naturais o minuendo é maior para ser possível retirar o subtraendo.

*Pesquisadora: Por que o subtraendo é sempre maior?*

*Carlos: Porque sempre a dezena é maior, por causa da dezena.*

Essa afirmação de Carlos pode decorrer do fato de que, nas operações propostas no primeiro momento da tarefa, todas tinham no minuendo a dezena maior do que a dezena do subtraendo. Nesse caso, o aluno observou essa regularidade.

*Ivan: Porque ele é um dos melhores.*

A resposta do Ivan foi tão fora do contexto que se torna difícil entender a relação existente entre a pergunta e a resposta. Como a dificuldade de compreensão foi acentuada e poucos alunos arriscaram uma resposta, propus a seguinte situação: “Se tenho três laranjas, consigo chupar oito?” A seguir registrei a operação no quadro na forma vertical. A partir do exemplo, todos os alunos responderam que não era possível chupar oito laranjas.

*Carlos: Não pode porque senão não dá pra subtrair.*

Somente o aluno Carlos se pronunciou, demonstrando compreensão de que na subtração o minuendo é sempre maior do que o subtraendo, caso contrário, não temos a solução no conjunto dos números naturais.



Dando sequência, realizei uma revisão das ideias da subtração e, para esse fim, usei como fonte as tarefas do livro utilizado pelos alunos no terceiro ano<sup>12</sup>.

*Pesquisadora: Esses encaminhamentos a seguir são de revisão, pois vocês estudaram no ano passado. Quando nós falamos da subtração, falamos em três ideias principais: retirar, comparar e completar. Quando acontecem essas situações, nós usamos a subtração para resolver. Essas são as ideias da subtração.*

A terceira tarefa foi dividida em três partes, cada ideia da subtração impressa em folhas separadas. Após recebê-las, o aluno Ivan comentou que pareciam atividades do primeiro ano, quer dizer, muito fáceis. Porém nosso objetivo não era propriamente a resolução dessas tarefas, mas a revisão das ideias da subtração para posteriormente as aplicar ao resolver os problemas matemáticos.

A seguir, li o primeiro problema: “Numa gaveta havia oito garfos. Dona Clara tirou cinco para servir a refeição. Quantos garfos restaram na gaveta?”. Orientei que marcassem um “x” sobre os desenhos dos garfos que dona Clara retirou. Nesse momento, a aluna A me chamou para perguntar sobre o que fazer, onde era para colocar o “x”. Fui até o quadro e desenhei como deveria fazer e perguntei:

*Pesquisadora: Quantos garfos ela retirou?*

*Laura: Cinco e ficaram três.*

*Pesquisadora: Quantos restaram?*

*Vários alunos: Três.*

*Pesquisadora: Qual a ideia da subtração utilizada nessa situação?*

Nesse momento houve total silêncio da turma, indicando que, mesmo o problema sendo simples, a ideia de “retirar”, envolvida no problema, ainda não estava definida.

Repeti a pergunta.

*Carlos: Retirar.*

---

<sup>12</sup> Ver mais sobre essa questão no apêndice B.

A partir do momento em que Carlos respondeu que se tratava da ideia de retirar, vários alunos também confirmaram que se tratava dessa ideia. Mas, intencionalmente, eu não confirmei de imediato, solicitando que prestassem atenção. Nesse momento, vários alunos mudaram de resposta. Li o problema e chamei a atenção, comentando que eram atividades de primeiro ano. Li novamente o problema, então, obtive a resposta correta, ou seja, que se tratava da ideia de retirar.

A seguir, li o segundo problema: “No aquário de Juca há 9 peixes. No de Pedro há quatro peixes. Quantos peixes Juca tem a mais do que Pedro?” Fiz a representação no quadro, usando bolinhas para representar os peixes. Os alunos responderam corretamente. Então, fiz a operação no quadro, de 9 subtraí 4 ( $9 - 4$ ), em seguida perguntei qual era a ideia usada, e responderam que era a de comparar. Chamei a atenção dos alunos, pois alguns estavam desatentos. Continuei a explicar que tínhamos representadas as quantidades de peixes de Juca e de Pedro. A seguir perguntei:

Pesquisadora: Quem é o minuendo?

Vários alunos: *Nove.*

Pesquisadora: *Quem é o subtraendo?*

Vários alunos: *Quatro.*

Com a régua tapei as cinco bolinhas desenhadas, ou seja, a quantidade de bolinhas que Juca tem a mais, e perguntei:

Pesquisadora: *Se a quantidade de Juca fosse até aqui, quem teria mais peixes?*

Vários alunos: *Ninguém.*

Pesquisadora: *Por quê?*

Carlos: *Porque ficaria quatro e quatro.*

Pesquisadora: *Porque eles teriam quantidades iguais, não é? E quantos ele tem a mais?*

Vários alunos: *Cinco.*

Pesquisadora: *Prestem atenção porque vamos precisar dessa informação depois. Olha o que nós fazemos. Quem é maior?*

Vários alunos: *Nove.*

Pesquisadora: *Nove é o minuendo.*

Pesquisadora: *Quem é o minuendo?*

Vários alunos: *Juca.*

Pesquisadora: *É a quantidade de peixes que Juca tem. Quem é o subtraendo?*

Vários alunos: *Quatro.*

Pesquisadora: *Olha só o que eu faço quando comparo, eu não pego 9 menos 4 . Eu pego a quantidade de Juca e retiro o que eles têm de igual, ou seja, em comum. Nove retirei (apaguei as quantidades iguais), o que eles têm em comum? Restam cinco peixes, que é a diferença. Assim que eu procedo quando estou trabalhando a ideia de comparar, neste caso eu estou comparando a quantidade de peixes de Juca com a quantidade de peixes de Pedro.*

Nesse momento da análise, sobreveio o questionamento sobre o domínio por parte dos alunos da ideia de “ter em comum”, pois nesse encaminhamento ela é primordial. Relacionamos com a afirmação mencionada anteriormente por Kalmikova (1991, p. 19) de que esses conceitos são “a base indispensável para a relação funcional entre os fatos conhecidos e, portanto, para a compreensão das principais relações matemáticas entre os fatos”.

Prosseguindo a aula, li o terceiro problema: “Carla está colando figurinhas em seu álbum. Nessas páginas cabem nove figurinhas e sete já foram coladas. Observe quantas figurinhas faltam para que a página fique cheia”.

Pesquisadora: *Quantas figurinhas cabem na página?*

Vários alunos: *Nove.*

Pesquisadora: *Quantas ela colou?*

Vários alunos: *Sete.*

Pesquisadora: *Quantas faltam para colar?*

Vários alunos: *Duas.*

Pesquisadora: *Sete figurinhas que ela já colou, mais as duas que faltam....*

Vários alunos: *Nove.*

Pesquisadora: *Qual a ideia usada nessa situação?*

Vários alunos: *Completar.*

Essas três atividades, anteriormente relatadas, tiveram como objetivo relembrar as ideias das operações, a fim de facilitar o entendimento da etapa a seguir.

#### 4.1.2 As ideias da subtração em atividades que envolvem materiais manipuláveis

A partir desse momento, a proposta foi abordar as ideias da subtração (retirar, comparar e completar) em tarefas que envolviam materiais manipuláveis, como fichas, tabuleiro e dado. O objetivo principal consistia em identificar a ideia da subtração em cada uma das tarefas a fim de contribuir com a apreensão do conceito da subtração em processo. Não se almejava, nesse momento da pesquisa, a apreensão do conceito por parte dos alunos.

Os conceitos por natureza são abstratos. A opção pelo uso de materiais manipuláveis foi na intencionalidade de proporcionar aos alunos representações das ideias da subtração. Esses materiais passam a ser “ferramentas para pensar a situação, apoiar o raciocínio e a comunicação matemática” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2008, p. 568).

##### 4.1.2.1 A ideia de retirar

Para realizar a tarefa, coloquei no centro da sala um tabuleiro<sup>13</sup> com 30 casas e sobre elas 30 fichas. Poderia ter somente as 30 fichas, mas foram organizadas em um tabuleiro para que os alunos pudessem visualizar o minuendo “trinta” no momento de trabalhar a ideia de completar.

*Pesquisadora: Vamos fazer mais algumas tarefas para entender essas ideias da subtração.*

Contei, com as crianças, a quantidade de fichas dispostas no tabuleiro.

*Pesquisadora: Nós temos 30 fichas (joguei o dado e foi sorteado o número 4), vou retirar quatro.*

---

<sup>13</sup> Ver mais sobre esse assunto no apêndice C.

Fui até o tabuleiro e retirei as quatro fichas. O procedimento foi realizado para que compreendessem como seria a atividade. Fui até o quadro e fiz a operação  $30 - 4$ .

Aluno I: 25.

Paralelamente houve certa discussão se ficavam 25 ou 26. Resolvi a operação e questionei:

Pesquisadora: *Será que é mesmo?*

Voltei ao tabuleiro e contei o que restava.

Pesquisadora: *Eu tinha 30 fichas, retirei quatro, ficaram 26. Qual a ideia da subtração nessa situação?*

Vários alunos: *Retirar.*

Pesquisadora: *Agora eu não tenho mais 30 fichas, agora essa quantidade não vale mais, eu tenho 26 fichas.*

Escrevi as quantidades no quadro.

Pesquisadora: *Tenho 26 fichas, vou jogar o dado novamente.*

Joguei o dado, foi sorteado o número 2, fiz o mesmo procedimento e perguntei:

Pesquisadora: *Vou retirar quantas?*

Vários alunos: 24.

Pesquisadora: *Vou repetir a pergunta* (os alunos respondem sem prestar a atenção).  
*Vou retirar quantas?*

Vários alunos: *Duas.*

Pesquisadora: *Quem é o minuendo?*

Vários alunos: 26.

Escrevi no quadro.

Pesquisadora: *Eu tenho 26 fichas e retirei duas fichas. Quem é o subtraendo?*

Vários alunos: *Dois.*

Continuei a repetir os encaminhamentos anteriormente relatados, ou seja, a jogar o dado, retirar a quantidade de fichas correspondente ao número sorteado e a questionar os alunos sobre a ideia da subtração envolvida no encaminhamento. Por intermédio dos acertos das respostas orais dos alunos, considerei que há indícios de que eles conseguiram identificar a ideia de retirar na tarefa proposta. Vale salientar que a resposta certa, nessa situação de baixa complexidade, é apenas um indício de compreensão e que a apreensão do conceito requer que o desenvolvimento mental atinja seu nível mais elevado. Como o objetivo da tarefa, citado anteriormente, limita-se em identificar a ideia da subtração, avancei para a próxima tarefa.

#### 4.1.2.2 A ideia de completar

O tabuleiro permanecia no centro da sala com 30 casinhas, mas vazio, isto é, sem nenhuma ficha sobre ele. Perguntei:

Pesquisadora: *Quantas fichas eu tenho sobre o tabuleiro?*

Vários alunos: *30.*

Responderam o número de casinhas e não de fichas. Repeti a pergunta.

Pesquisadora: *Quantas fichas eu tenho?*

Todos: *Nenhuma.*

Pesquisadora: *E quantas casinhas eu tenho?*

Todos: *30.*

Pesquisadora: *Preciso contar?*

Pesquisadora: *Eu quero completar essas casinhas. Para completar, eu preciso de quantas fichas?*

Vários alunos: 30.

Ivan joga o dado e sorteia o número 3.

Pesquisadora: *Pergunta, hora de pensar. Quantas fichas faltam para completar o tabuleiro?*

Carlos: 27.

Pesquisadora: *Como você sabe disso?*

Carlos: *Por que na outra foi 20.*

O aluno respondeu com base em uma situação abordada anteriormente.

Pesquisadora: *Se você fizer a operação, nesse caso, quem é o subtraendo?*

Ivan: *O três.*

Pesquisadora: *É o três?*

Carlos: *É o 30.*

Solicitei que levantasse a mão quem “achava” que o subtraendo era o 30. A maioria ergueu a mão confirmando.

Pesquisadora: *Quem é o subtraendo?*

Carlos: *O três.*

Pesquisadora: *E quantas casas faltam para eu completar?*

Carlos: 27.

Ivan jogou o dado novamente, sorteou o número 6 e colocou as fichas sobre o tabuleiro. Perguntei para os alunos que estavam à esquerda:

Pesquisadora: *Quantas fichas faltam para completar? Quantas fichas eu tenho sobre o tabuleiro?*

Contamos as nove fichas que estavam sobre o tabuleiro. As respostas foram divergentes: 22, 26 e 21.

Pesquisadora: *Qual a ideia que estamos trabalhando neste momento? Quantas faltam para chegar ao 30? A ideia é de...*

Carlos: *Completar.*

Pesquisadora: *Nesse caso aqui, olhem, quem é o minuendo?*

Carlos: *O 30.*

Pesquisadora: *O 30 novamente. E quem é o subtraendo?*

Vários alunos: *O nove.*

Pesquisadora: *Quantas faltam para completar o tabuleiro?*

Vários alunos: *21.*

Pesquisadora: *Qual a ideia que estamos trabalhando agora?*

Carlos: *Completar.*

Assim como na ideia de retirar, os alunos não apresentaram dificuldades significativas em compreender que a ideia envolvida na tarefa era a de completar. Relembrando que, nesse momento, o objetivo principal da presente tarefa era identificar a ideia de completar e, assim, contribuir com a consciência da ação de subtrair.

#### 4.1.2.3 Ideia de comparar

A próxima atividade apresentou como objetivo abordar a ideia de comparar. Os alunos foram organizados em duas equipes, identificadas pelas cores das fichas: a verde e a laranja. Para iniciar, expliquei que se tratava de uma atividade de competição, em que cada equipe usaria um tabuleiro<sup>14</sup> com 30 fichas. Um membro de cada equipe jogaria o dado e retiraria o número de fichas conforme o número sorteado, sendo vencedora a equipe que ficasse sem fichas sobre o tabuleiro.

A partir desse momento da aula, os alunos estavam motivados pela competição, e não pela tarefa de comparar as quantidades de fichas, como era o meu propósito.

---

<sup>14</sup> Para saber mais sobre essa questão, ver o apêndice D.



A seguir, expliquei que os alunos ao meu lado esquerdo formariam a equipe azul, e os alunos do lado direito a equipe laranja.

Pesquisadora: *Um membro da equipe retirará a quantidade de fichas de sua equipe sorteadas no dado. Vamos fazendo e comparando a quantidade de fichas das equipes.*

Decidi a sequência dos alunos que participariam da primeira jogada, sendo elas a Amanda e a Vitória. Perguntei:

Pesquisadora: *Quantas fichas as equipes têm?*

Vários alunos: *30.*

A Amanda jogou e sorteou o número 1. A aluna Vitória sorteou o número 4. A partir desse momento, os alunos se agitaram pela competição. Assim, foram realizadas as demais jogadas. Em determinado momento, as equipes ficaram empatadas, então perguntei:

Pesquisadora: *Quem tem mais fichas?*

Laura: *Ninguém. Está empatado.*

Pesquisadora: *Quem tem menos?*

Vários alunos: *Está empatado.*

Osmar, da equipe Azul, jogou o dado e saiu o número 5. João, da equipe Laranja, sorteou o número 6, então perguntei:

Pesquisadora: *Quem tem mais fichas?*

Vários alunos: *A equipe laranja.*

Pesquisadora: *Quantas fichas têm a mais?*

Laura contou as fichas e respondeu que tinha sete fichas a mais, ou seja, não entendia o termo “quantos a mais”.

Carlos: *Uma.*

Pesquisadora: *Vou repetir a pergunta, quantas fichas a equipe laranja tem a mais? Essa pergunta é importante. Olhem para as fichas, quem é o minuendo?*

Carlos: *O alaranjado.*

Pesquisadora: *Quantos?*

Vários alunos: *Sete?*

Pesquisadora: *Contamos para confirmar.*

Pesquisadora: *Quem é o subtraendo?*

Laura: *Azul.*

Nós nos certificamos de que eram seis fichas.

Pesquisadora: *Qual é a diferença entre a quantidade de fichas da equipe azul e a da equipe laranja? Ou seja, qual a diferença entre a quantidade de fichas?*

Vários alunos: *Uma.*

Terminamos o jogo com muita animação!

Essas três últimas atividades desenvolvidas também tinham sido aplicadas em 2012 com uma turma de quarto ano e relatada na monografia do Curso de Especialização Interdisciplinar em ciências humanas. Nesse sentido, busquei reconduzir os encaminhamentos que não foram eficientes, dentre eles, destaco os principais: primeiro, no desenvolvimento das tarefas usar os termos minuendo e o subtraendo para fazer a relação das ideias da subtração com o algoritmo. Segundo, usar um único tabuleiro para trabalhar a ideia de completar. Por usarmos dois tabuleiros, os alunos tinham confundido a ideia de comparar com a ideia de completar. Terceiro, fazer a competição somente ao trabalhar a última ideia, pois a agitação dos jogos tinha interferido na concentração dos alunos nos direcionamentos da aula. Eu considerava que essas mudanças seriam suficientes para investigar a apreensão do conceito da subtração, mas, após desenvolvê-las, certifiquei-me de que não foram suficientes.

Ao rever os encaminhamentos, consideramos as tarefas relevantes para que os alunos compreendessem e diferenciassem as ideias da subtração “completar, retirar e comparar”, pois os alunos necessitavam identificar e explicitar as ideias da subtração presentes em problemas matemáticos.

## 4.2 SEGUNDA AULA

Pelo tempo chuvoso, compareceram apenas seis alunos. Como já havia sido assinalada por mim a possibilidade de se trabalhar com um grupo menor, a aula foi ministrada para um número reduzido de alunos.

Para o primeiro momento da aula selecionei 17 problemas matemáticos que envolviam as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e a tarefa dos alunos consistia em escolher uma operação para resolvê-la, sem necessariamente fazer o cálculo e dar a resposta do problema. Esse procedimento foi tomado com o propósito de incentivar os alunos a fazer a análise do problema. Nessa tarefa, o aluno teria que somente explicar o motivo pelo qual escolheu aquela determinada operação. Conforme os estudos teóricos da presente pesquisa, é preciso valorizar o processo de resolução, pois “costuma suceder que os alunos não conseguem resolver um problema por não saber mobilizar as noções que possui. A escolha das noções necessárias exige uma especial concentração sobre o texto do problema, ou seja, analisá-lo” (KALMIKOVA, 1991, p. 20-21). As tarefas propostas nesse primeiro momento tiveram como objetivo a identificação das ideias das operações em problemas matemáticos. Dentre elas, encontram-se as ideias da subtração, as quais serão abordadas especificamente no segundo momento da aula.

### **4.2.1 Identificação das ideias das operações matemáticas na resolução de problemas**

A seguir serão transcritos o discurso presente nos meus direcionamentos, os problemas analisados pelos alunos, bem como os seus argumentos em relação à escolha da operação matemática selecionada para resolver o problema.

No primeiro momento da aula resolvi e denominei as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Logo após, foram distribuídos problemas matemáticos impressos em folhas de sulfite na posição paisagem, com letras grandes para que todos os alunos da sala pudessem ler no momento de expô-los. Entreguei um problema a cada aluno e solicitei que individualmente escolhessem

uma das operações para resolvê-lo. Esclareci que, dentre eles, havia problemas simples, possíveis de serem resolvidos mentalmente, sem necessidade de resolver por intermédio do algoritmo, mesmo assim, solicitei que respondessem qual a operação matemática que poderiam usar para resolver. Essa explicação foi necessária pela constatação, na primeira aula, de que os alunos consideram operação somente o uso de algoritmo. Expliquei que a prioridade da tarefa era a explicação do motivo pelo qual se escolheu determinada operação.

A seguir, apresento o problema e a justificativa do aluno ao escolher uma das operações matemáticas.

**Primeiro problema:** Uma loja vendeu 18 camisas e 25 calças. Quantas peças de roupa foram vendidas?<sup>15</sup>

Daniele: *Resolve através da adição porque tem que fazer conta.*

A resposta da aluna apresenta uma relação entre o ato de fazer uma conta e resolver esse problema, mas não justifica a escolha da operação. Se fosse resolver, provavelmente acertaria.

**Segundo problema:** Ângelo ganhou uma caixa de bombom. Já comeu oito e ainda há 18 na caixa. Quantos bombons havia na caixa?<sup>16</sup>

Amanda: *É de mais porque ele ganhou.*

Acertou a operação, mas o argumento não se justifica. Amanda relacionou o termo “ganhar” com a adição, porém, nesse problema, a ideia da adição de juntar quantidade refere-se aos bombons que foram comidos com os que permaneciam na caixa.

**Terceiro problema:** No pacote de bolacha há 15 bolachas. Chegou a hora do lanche da tarde e Artur irá repartir igualmente as bolachas, para ele e mais três colegas. Quantas bolachas cada um receberá?<sup>17</sup>

Carlos: *Divisão porque repartiu igualmente.*

---

<sup>15</sup> Fonte: A autora (2015).

<sup>16</sup> Idem.

<sup>17</sup> Idem.

Verifica-se o *conceito* da divisão, ao justificar que dividiu igualmente.

Isso indica que o aluno desenvolveu o nível de consciência da ação de dividir.

**Quarto problema:** A professora Waleska já leu 36 páginas de um livro. Ainda faltam 21 páginas para ler. Quantas páginas tem o livro?<sup>18</sup>

Breno: *É de adição porque vai juntar as páginas que leu com as que ela não leu.*

Mesmo o problema abordando o questionamento “quantas ainda faltam”, muito próximo à ideia de completar, o aluno fez a análise e a síntese de forma eficiente.

**Quinto problema:** Maria deve R\$ 15,00 na Mercearia Rosa Mística e R\$ 10,00 na Frutaria Cheiro Verde. Quantos reais ela deve?<sup>19</sup>

Everton: *Divisão, a primeira que estava no quadro.*

O aluno confundiu os nomes adição com divisão. A primeira era a adição.

Everton: *É aquela que dá 25 que ela está devendo em tudo.*

O aluno apresenta dificuldades em se expressar, há indícios de que o termo “tudo” seja “total”.

**Sexto problema:** Artur e Mailson brincam de boliche com garrafas PET. Cada garrafa derrubada vale 3 pontos. Artur fez quantos pontos ao derrubar até o final da brincadeira 23 garrafas?<sup>20</sup>

Fabiele: *Divisão?* (Ela não afirma, pergunta.)

Pesquisadora: *Por quê?*

Fabiele: *Falei errado, é de multiplicação porque é dividido.*

Reli o problema.

---

<sup>18</sup> Idem.

<sup>19</sup> Idem.

<sup>20</sup> Idem.

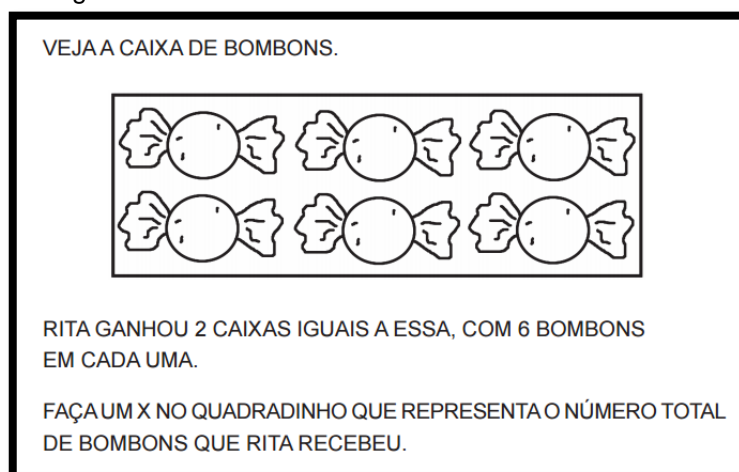
Fabiele: *É de divisão.*

Pesquisadora: *Essa é sua resposta?*

A primeira dificuldade da aluna foi diferenciar os nomes das operações de divisão e de multiplicação. Essa dificuldade básica interferiu de forma significativa na organização de pensamento para pensar sobre a resolução do problema de forma consciente. A aluna não consegue explicar como pensou.

### Sétimo problema:

Figura 5 – Questão 13 da Provinha Brasil 2015 – teste 1.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.<sup>21</sup>

Daniele: *É de menos porque vai retirar os bombons.*

Li novamente o problema.

Pesquisadora: *Vai tirar os bombons? O que vai fazer, vai colocar mais? Que operação posso usar para resolver?*

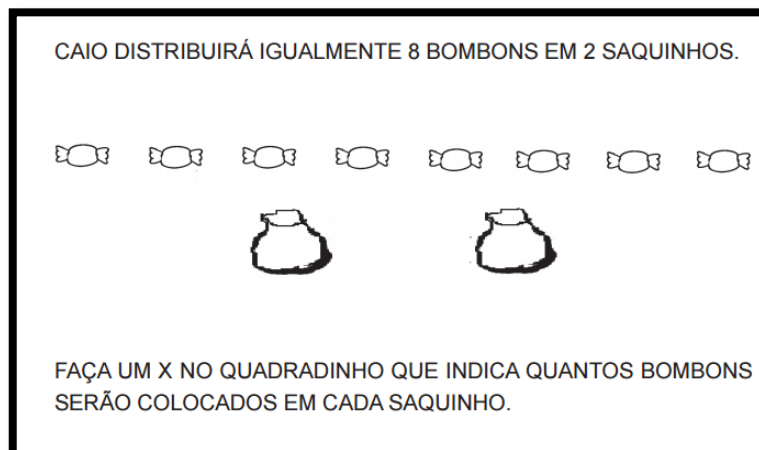
Nesse momento de revisão da aula, avalio que não fiz os encaminhamentos corretos, pois antecipei a resposta da aluna e não proporcionei tempo suficiente para ela desenvolver o raciocínio.

<sup>21</sup> Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/Caderno\\_Aluno\\_MT\\_1-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/Caderno_Aluno_MT_1-2015.pdf)>. Acesso em: 15 set. 2015.

Daniele: *Adição.*

**Oitavo problema:**

Figura 6 – Questão 6 da Provinha Brasil 2015 – teste 1.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.<sup>22</sup>

Amanda: *Divisão porque vai colocar no saquinho.*

Acertou a resposta, mas a justificativa não foi correta, pois o fato de colocar no saquinho não se trata de dividir igualmente, como requer o algoritmo de divisão. Mais uma vez afirmamos sobre a necessidade de valorizar o processo para compreender como o aluno está pensando, em que fase do desenvolvimento do pensamento ele se encontra e como devemos intervir.

**Nono problema:** Mailson tinha R\$5,00, ganhou mais R\$7,00 de sua mãe. Com quantos reais ele ficou?<sup>23</sup>

Carlos: *Adição, porque ele tinha cinco e sua mãe deu mais sete.*

O aluno respondeu de forma correta e lógica. A expressão da ideia de juntar do conceito da adição ainda não está eficientemente expressa, mas encontra-se em desenvolvimento.

<sup>22</sup> Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/Caderno\\_Aluno\\_MT\\_1-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/Caderno_Aluno_MT_1-2015.pdf)>. Acesso em: 15 set. 2015.

<sup>23</sup> Fonte: A autora (2015).

**Décimo problema:** O álbum completo do Dragão City terá 210 figurinhas. Artur já tem 110. Quantas faltam para completar o álbum?<sup>24</sup>

Breno: *Subtração porque “faltam” para completar o álbum.*

O aluno acertou a resposta, inclusive vale salientar que no momento da explicação enfatizou a palavra “faltam”, indício de que domina a ideia de completar da subtração, mas a forma de expressar ainda não justifica plenamente o uso da operação para resolver o problema, portanto, a explicação é mais limitada do que sua utilização.

**Décimo primeiro problema:** Na geladeira havia oito ovos. Minha mãe usou quatro para fazer um bolo. Quantos ovos ficaram na geladeira?<sup>25</sup>

Everton: *De menos. Como se chama mesmo? Ah! Subtração. Porque ela comeu.*

Dessa vez, o aluno conseguiu buscar por intermédio da memória o nome correto da operação, ou seja, o nome científico. Nesse simples problema, Everton teria acertado, pelo fato de que a quantidade de ovos usados pela mãe e a quantidade que ficou na geladeira serem as mesmas. O aluno não entendeu que a pergunta se referia à quantidade de ovos que havia ficado na geladeira e não à quantidade de ovos usados para fazer o bolo.

**Décimo segundo problema:** Quando Oswaldo abriu a papelaria pela manhã havia 56 cadernos na prateleira. Durante o dia vendeu 13. Ao fechar a loja, quantos cadernos havia na prateleira?<sup>26</sup>

Daniele: *Subtração porque eu retiro.*

**Décimo terceiro problema:** Kaike tem oito anos e sua irmã, Thaila, tem 14 anos. Quantos anos Thaila têm a mais do que Kaike?<sup>27</sup>

Amanda: *Divisão porque o Kaike tem oito anos e a Thaila tem 14 anos. Se eu somar, dá o resultado da divisão?*

---

<sup>24</sup> Idem.

<sup>25</sup> Idem.

<sup>26</sup> Fonte: Disponível em: <[http://matematikos.mat.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038041/webfolios/grupo3/operacao\\_naturais/subtracao.html](http://matematikos.mat.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038041/webfolios/grupo3/operacao_naturais/subtracao.html)>. Acesso em: 25 jan. 2015.

<sup>27</sup> Fonte: A autora (2015).

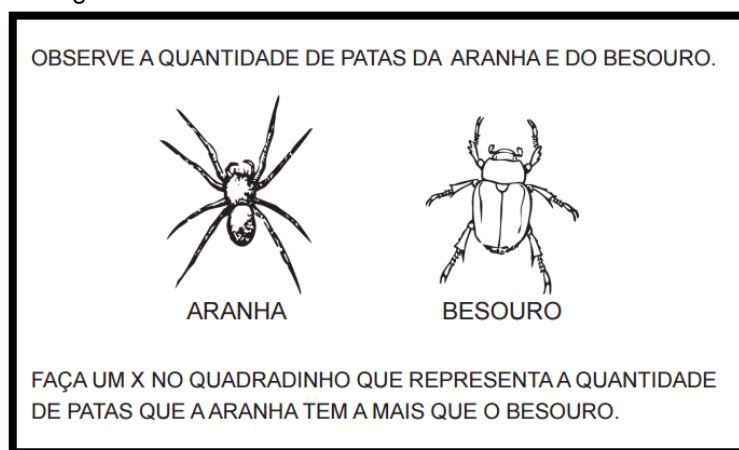


Perante a resposta sem ordenamento lógico da Amanda, eu tive dificuldade em fazer as intervenções. Ao rever, aponto a possibilidade de que, se a tarefa tivesse sido realizada em dupla, a aluna teria que verbalizar a sua resposta e conseqüentemente a linguagem contribuiria para a organização do seu pensamento. Pesquisadora: *Vamos voltar a esse problema.*

Como o pensamento da aluna estava muito confuso, resolvi deixar para retomar o problema em um momento posterior.

### Décimo quarto problema:<sup>28</sup>

Figura 7 – Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.<sup>29</sup>

Carlos: *É uma subtração porque ela tem oito, tira seis dá dois.*

A resposta de Carlos justifica a escolha da operação de subtração e supõe o uso consciente da ação de subtrair.

**Décimo quinto problema:** Na empresa Frango Canção trabalham 255 mulheres, dentre elas, 156 trabalham nos turnos durante o dia. Quantas trabalham à noite?<sup>30</sup>

Breno: *Subtração porque ... porque ...*

<sup>28</sup> Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/Caderno\\_Aluno\\_MT\\_1-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/Caderno_Aluno_MT_1-2015.pdf)>. Acesso em: 15 set. 2015.

<sup>29</sup> Idem.

<sup>30</sup> Fonte: A autora (2015).

O aluno apresentou dificuldade em explicar como pensou. Dei uns minutos para pensar.

Breno: *Por que tem 375 mulheres dentre elas 175 trabalham durante a noite daí as que trabalham durante a noite, daí as que trabalham durante o dia, (não conseguiu concluir o pensamento) daí eu descobri que era de subtração.*

A dificuldade do Breno em explicitar o procedimento usado na resolução do problema reflete a dificuldade da maioria dos alunos e requer das docentes mediações. Destaca-se a importância da linguagem como instrumento que possibilita a organização do pensamento e torna-se um ponto de apoio para a tomada de consciência.

**Décimo sexto problema:** Igor tem 145 burquinhas e Mailson tem 112. Quantas burquinhas Igor têm a mais que Mailson?<sup>31</sup>

Relembrando que a atividade não solicitava a resolução dos problemas, ou seja, a resposta.

Everton: *33 burquinhas.*

Pesquisadora: *Você fez a conta?*

Everton: *Não.*

Pesquisadora: *Como você fez?*

Everton: *De cabeça.*

Pesquisadora: *Foi contando?*

Everton: *Não, tirei um daqui, um daqui (mostrou a centena (1), as dezenas (4) da primeira parcela) e dois daqui (mostrou a unidade da primeira parcela (5)) e deu 33.*

Pesquisadora: *Então você fez uma subtração?*

Everton: *Sim.*

Nessa atividade, o aluno comprovou que apresenta certo domínio em resolver o algoritmo da subtração, pois a realizou com destreza, porém não fez o que realmente precisava fazer, explicar o porquê da escolha da operação. Uma hipótese

---

<sup>31</sup> Idem

é a de que, pela dificuldade de expressão verbal, o aluno optou pelo que seria mais fácil, isto é, resolver a operação em vez de explicar as razões da escolha da operação. Outra hipótese é a de que ele tenha utilizado a ideia de retirar o que “tem em comum”, pois, ao explicar o procedimento, ele inicia a explicação pela centena, o que não é usual quando aplica a técnica operatória.

**Décimo sétimo problema:** Comprei uma pipa por R\$ 0,50 e paguei com uma cédula de R\$ 2,00. Qual foi o valor do troco?<sup>32</sup>

Fabiele: *É de menos, como se chama? Subtração. Porque ele deu R\$ 1,00 e é R\$ 0,50 então tem que voltar.*

Em seguida retomei o problema: “Kaike tem oito anos e sua irmã, Thaila, tem 14 anos. Quantos anos Thaila têm a mais do que Kaike?”

Como a aluna A estava muito insegura e não conseguia expressar como estava pensando, solicitei que os colegas a ajudassem, dando a sua opinião.

Daniele: *Subtração.*

A seguir todos disseram que a subtração poderia resolver a situação. Solicitei se alguém podia explicar.

Carlos: *Porque ele tem oito e ela tem 14. Quatorze menos oito que vai ser quantos anos de diferença que ela tem dele.*

Carlos usou com precisão a palavra “diferença” para explicar o procedimento realizado ao resolver o problema, demonstrando indícios da “habilidade de examinar os elementos discriminados e abstraídos fora do vínculo concreto e fatural em que são dados na experiência” (VIGOTSKI, 2001, p. 220). Isso demonstrou o *conceito* em processo de apreensão.

---

<sup>32</sup> Idem.

#### 4.2.2 Resolução dos problemas matemáticos de subtração por intermédio de desenhos

No primeiro momento da segunda aula, os alunos identificaram as operações que resolviam os problemas propostos. Nesse segundo momento, dentre os 17 problemas, separei aqueles que eram resolvidos por intermédio da subtração. Cada aluno escolheu um problema para demonstrar, por intermédio do algoritmo e do desenho, a subtração envolvida. Nessa tarefa, os alunos, para realizar a operação, tiveram que identificar o minuendo, o subtraendo e o resto ou a diferença. Ao desenhar, teriam que representar esses mesmos termos, ou seja, pensar sobre o que representava cada número usado no algoritmo. Essa etapa teve como objetivo acrescentar outra forma de linguagem, o desenho, e, assim, contribuir com a tomada consciência da ação de subtrair.

Iniciei explicando aos alunos o procedimento a ser realizado, ou seja, em uma folha de sulfite impressa eles fariam a operação e o desenho do problema escolhido.

Logo após, os alunos começaram a expressar suas dúvidas, a maioria relacionada à maneira como desenhar o ato de retirar. Dúvidas pertinentes, pois, se eu retiro, como pode permanecer? A pergunta de uma aluna ilustra as demais dúvidas. A aluna escolheu o 11º problema para resolver e ilustrar, reescrito a seguir: “Na geladeira havia oito ovos. Minha mãe usou quatro para fazer um bolo. Quantos ovos ficaram na geladeira?”

Fabiele: *Era para eu desenhar oito ovos e riscar, assim fazer x no quatro?*

Pesquisadora: Assim está representando o ato de retirar?

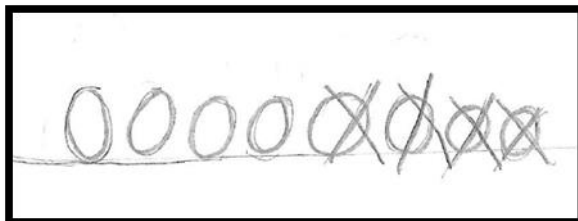
Fabiele: *Sim.*

Nesse momento percebi que desenhar foi um recurso a mais, porém a ação do retirar ainda ficou comprometida. Essa situação nos remete à afirmação de Kalmykova (1991, p. 12) de que “a base psicológica necessária para uma correta formação dos conceitos é uma assimilação que permita criar condições entre as componentes abstratas e concretas do pensamento, entre a palavra e a imagem”.

A seguir apresentaremos cinco desenhos realizados pelos alunos, referentes aos problemas resolvidos na atividade anterior, por intermédio da subtração:

Fabiele escolheu o 11º problema, reescrito a seguir: “Na geladeira havia oito ovos. Minha mãe usou quatro para fazer um bolo. Quantos ovos ficaram na geladeira?”

Desenho 1 – Representação da solução do 11º problema.



Fonte: Fabiele (2015).

Pesquisadora: *Como você desenhou?*

Fabiele: *Eu desenhei oito ovos, aí eu vou tirar quatro.*

Pesquisadora: *Que jeito você vai representar?*

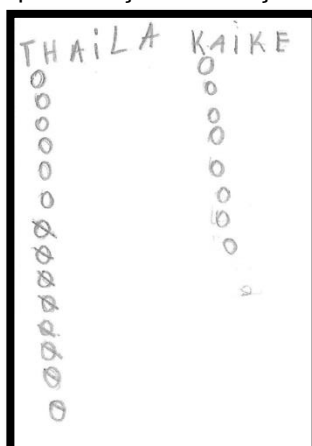
Fabiele: *Vou riscar, fazer “x”.*

Pesquisadora: *Esse “x” representa o quê?*

Fabiele: *Retirar.*

Amanda escolheu o 13º problema, reescrito a seguir: “Kaike tem oito anos e sua irmã, Thaila, tem 14 anos. Quantos anos Thaila têm a mais do que Kaike?”

Desenho 2 – Representação da solução do 13º problema.



Fonte: Amanda (2015).

Pesquisadora: *Conforme conversamos, você desenhou a idade da Thaila por meio de bolinhas? Quantos anos a Thaila têm?*

Amanda: 14.

Pesquisadora: *E o Kaike?*

Amanda: *Oito.*

Pesquisadora: *Você fez uma operação de subtração 14 - 8, como você representou essa subtração no desenho?*

Amanda: *Aí eu risco oito.*

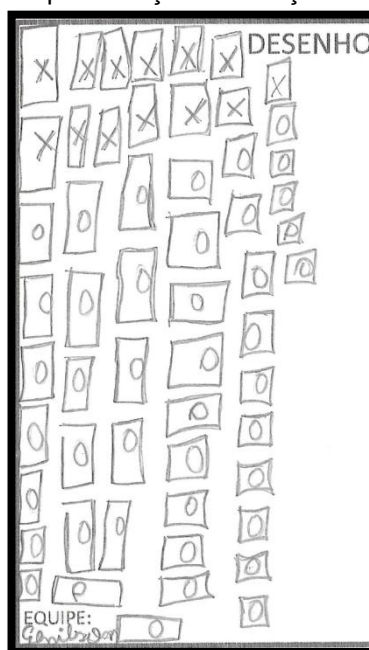
Pesquisadora: *Qual a diferença de idade entre eles?*

Amanda: *Aqui tem seis e aqui oito.*

A aluna não reconhece o termo “diferença” como resultado da operação de subtração. Vale ressaltar que Kamikova (1991, p. 19), em sua pesquisa, destaca que a professora, ao ensinar os alunos a resolver problemas, diferenciava sistematicamente os *conceitos* semelhantes, como preço, quantidade, custo, distância, velocidade, dentre outros, pois, segundo a autora, esses conceitos são “a base indispensável para a relação funcional entre os fatos conhecidos e, portanto, para a compreensão das principais relações matemáticas entre os fatos”.

Everton escolheu o 12º problema, reescrito a seguir: “Quando Oswaldo abriu a papelaria pela manhã havia 56 cadernos na prateleira. Durante o dia vendeu 13. Ao fechar a loja, quantos cadernos havia na prateleira?”

Desenho 3 – Representação da solução do 12º problema.



Fonte: Everton (2015).

Pesquisadora: *Você desenhou os cadernos?*

Everton: *Sim.*

Pesquisadora: *Quantos cadernos você desenhou?*

Everton: *56.*

Pesquisadora: *Você fez a subtração  $56 - 13$  porque na verdade ele vendeu 13 e agora como você vai representar o “retirar” no seu desenho?*

Everton: *Menos.*

Pesquisadora: *De que jeito você vai fazer?*

Everton: *Tirando 13.*

Everton foi fazendo “x” e contando até 13.

Pesquisadora: *O que ficou sem o x representa o quê?*

Contou de 1 a 50.

Pesquisadora: *Quantos eram para ter ficado?*

Everton: *53.*

Pesquisadora: *Faz uma marca diferente para você não se perder.*

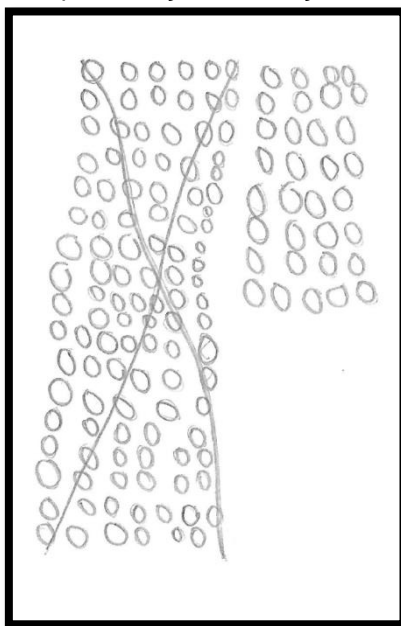
Fez a marca em cada caderno, usando bolinhas e contou novamente.

Everton: *Ficaram 53.*

O desenho realizado demonstra que Everton compreendeu a ideia de retirar. Nessa tarefa suas dificuldades foram a falta de um procedimento de organização no momento de contar e a dificuldade na comunicação, tanto receptiva como expressiva, pois, em relação às perguntas acima a ele direcionadas, suas respostas não tinham relação com aquelas perguntas. Dessa reflexão destacamos a importância da linguagem como apoio para organizar o pensamento.

Breno escolheu o 16º problema, reescrito a seguir: “Igor tem 145 burquinhas e Mailson tem 112. Quantas burquinhas Igor têm a mais que Mailson?”

Desenho 4 – Representação da solução do 16º problema.



Fonte: Breno (2015).

Breno: *Primeiro eu fiz 112 bolinhas desse lado e fiz um “x” bem grande para não ter que fazer todas porque era muitas e depois eu desenhei 33 desse lado pra fazer mais rápido.*

Pesquisadora: *Esse “x” representa o quê?*

Breno: *O que retirou.*

Relacionando a ação de riscar as bolinhas com o relato a seguir, isso indica que esse “x” representa a quantidade de burquinhas que Mailson e Igor têm em comum.

Pesquisadora: *Quantas bolinhas têm aqui?*

Breno: *112.*

Pesquisadora: *E o 145?*

Breno: *É só somar esse com esse.*

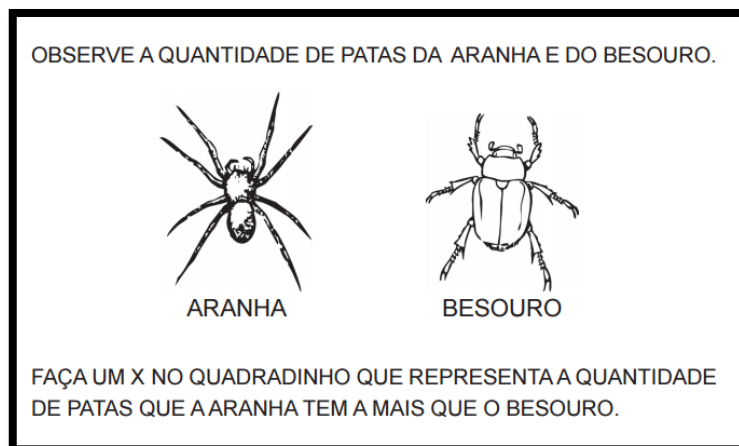
Se somarmos a quantidade de bolinhas riscada com o “X”, 112 (o subtraendo) com a quantidade de bolinhas sem o “X”, 36 (o resto ou a diferença), obteremos as 145 bolinhas (o minuendo). Breno, diante do grande número de bolinhas para representar, pensou com rapidez e conseguiu representar a abstração das 112 bolinhas por intermédio do “X”, resolvendo o problema da maneira correta. A coerência de suas



respostas indica consciência do ato de retirar, nessa situação em que comparava as duas quantidades, portanto, indica o desenvolvimento do conceito da subtração.

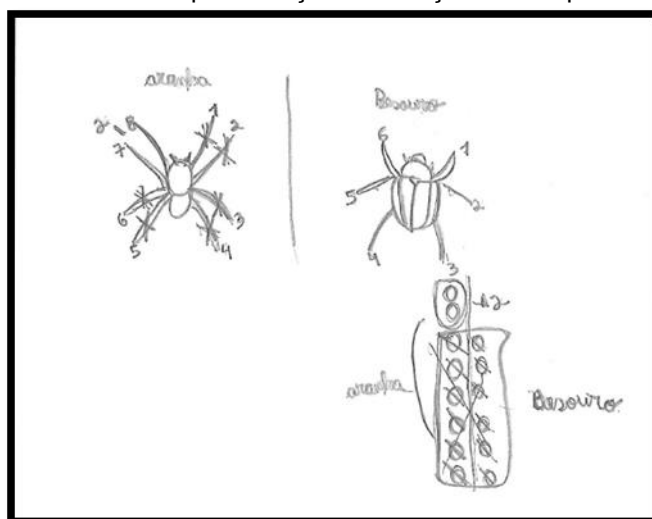
Carlos escolheu o 14º problema. Novamente, abaixo registrado:

Figura 8 – Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.<sup>33</sup>

Desenho 5 – Representação da solução do 14º problema.



Fonte: Carlos (2015).

Carlos: *Eu desenhei a aranha e tirei as seis patas aí iam ficar duas, desenhei as bolinhas, tirei seis e ficaram duas.*

Carlos conseguiu expressar com precisão a ideia de comparar quantidades. Seu desenho é organizado em duas partes, na primeira ele desenha a aranha e o

<sup>33</sup> Idem.

besouro, enumera as patas e risca um “X” nas seis patas da aranha, representando a quantidade de patas do besouro. Faz uma marca com um risquinho entre as duas patas da aranha que sobraram e registra, escrevendo a diferença entre as quantidades: duas patas. Na segunda parte, ele representa as quantidades de patas, usando bolinhas, risca a quantidade em comum com um traço transversal sobre cada bolinha, faz um “X” sobre essas bolinhas e um traço semelhante a um retângulo, separando-as das demais, ficando bem identificadas as quantidades que estavam sendo subtraídas. Nas duas bolinhas que representam a diferença entre as duas quantidades, ele circula-as e escreve o número 2.

Ao relatar a realização dessa tarefa, ele diz: *“Eu desenhei a aranha e tirei as 6 patas aí ia ficar 2, desenhei as bolinhas, tirei 6 e ficou 2”*. Sua explicação está coerente com o desenho. Nessa tarefa realizada por Carlos, o desenho apresenta com maior clareza de detalhes a organização do pensamento do aluno, além de auxiliar a compreensão da linguagem, principalmente a expressiva, pois ficou mais significativa. O desenho do Carlos e sua explicação indicam um ato consciente na atividade com a subtração. Seu pensamento se aproxima do pensamento por conceitos.

Ao avaliar a segunda aula, consideramos positiva a utilização do desenho como forma de linguagem, pois contribuiu significativamente na explicitação do procedimento dos alunos nas tarefas propostas. Essa constatação direciona para a defesa de Kalmikova (1991) de que as imagens representam o concreto, mas não são o concreto, no entanto podem ser o ponto de partida para a abstração.

### 4.3 TERCEIRA AULA

Na aula anterior, alguns alunos demonstraram a dificuldade em desenhar a “ação de retirar”. Por isso nessa terceira aula usamos materiais manipuláveis, ou seja, canudinhos e palitos de picolé, para que os alunos pudessem demonstrar essa “ação de retirar” e, assim, explicitar o procedimento tomado para resolver o problema quando comparamos quantidades. Para esse fim, a tarefa consistia em resolver novamente o 14º e o 16º problema.

### 4.3.1 Representação da ideia de comparar usando materiais manipuláveis

Esta terceira aula foi ministrada somente para o grupo de seis alunos que estavam presentes na segunda aula. Iniciei a atividade, lembrando as ideias da subtração: retirar, comparar e completar. Em seguida reli os problemas da aula passada cujas soluções foram por intermédio da subtração. Para retomar o raciocínio iniciado anteriormente, mostrei os desenhos que os alunos fizeram em cada situação.

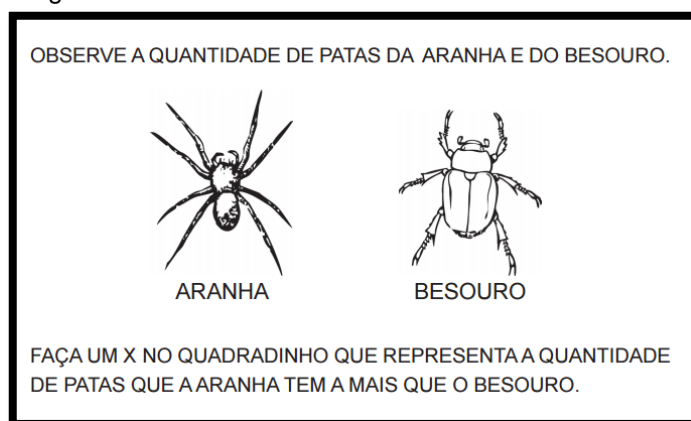
Dando seguimento, destaquei as ações que cada aluno fez para registrar o ato de retirar, como: marcou “x”, fez bolinhas ou fez um grande “x”. Depois dei o seguinte exemplo: “Magali tinha sete bombons e comeu dois. Com quantos ela ficou?” Fiz a operação de subtração no quadro, identifiquei minuendo e subtraendo e o resultado da operação. A seguir, apresentei outro exemplo para explicar o resultado da operação como diferença: “Artur tem sete anos e seu priminho André tem dois anos. Qual a diferença de idade entre os dois?”. A diferença é de cinco anos.

Iniciei com esses dois exemplos, por dois motivos: primeiro, para que os alunos se certificassem de que nas duas situações nós subtraímos para resolvê-las, ou seja, quando comparo, eu também subtraio. O segundo motivo refere-se às tarefas a serem realizadas a seguir. Considero fundamental que os alunos reconheçam nas palavras “resto ou diferença”, o resultado da operação de subtração.

A seguir, apresentamos novamente o problema:

#### Décimo quarto problema:

Figura 9 – Questão 14 da Provinha Brasil 2015 – teste 1.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.<sup>34</sup>

<sup>34</sup> Idem.

Coloquei na lousa a imagem da aranha e a do besouro em uma folha de sulfite para que verificassem a quantidade de patas de cada inseto. Ao lado, a seguinte questão: “Quantas patas a aranha tem a mais que o besouro?”

Entreguei a todos uma questão de alternativas referente a esse problema. Comentei que seria fácil resolver o problema e que o Carlos já tinha resolvido na aula passada, o que o tornava ainda mais fácil. Solicitei que resolvessem para verificar se a resposta do Carlos estava correta e que precisava saber como eles pensaram para resolver o problema.

Após alguns momentos, todos os alunos responderam que a diferença do número de patas era duas. Carlos conseguiu explicar novamente com êxito e a Fabiele fez uso dos dedos para representar a situação.

Então, disse que a resposta de todos estava correta e fiz a subtração no quadro, explicando que a aranha tem oito patas e o besouro, seis, e que a diferença entre eles era de duas patas.

Dando continuidade, expliquei que na próxima atividade as patas da aranha seriam representadas por canudinhos e as patas do besouro, por palitinhos de picolé. Colei os objetos abaixo dos desenhos da aranha e do besouro. Afirmei que, para resolver o problema, poderíamos usar a subtração: oito menos seis que é igual a duas patas ( $8 - 6 = 2$ ). Solicitei que fizessem a operação, usando os palitinhos e canudinhos. Para ser mais precisa, fiz a seguinte intervenção:

*Pesquisadora: O que representa esse número 6, que a gente tira?*

*Breno: É o subtraendo.*

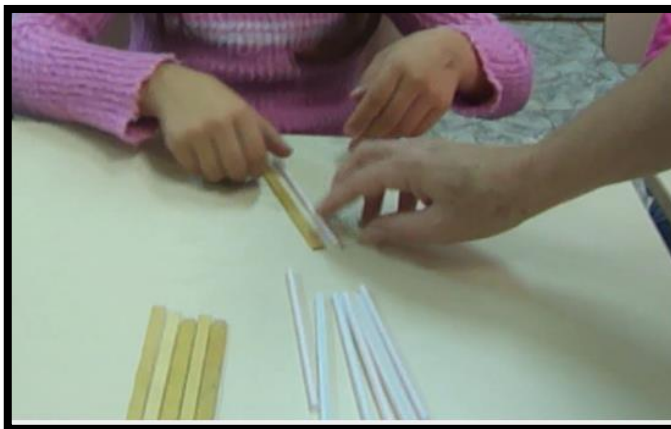
*Pesquisadora: É verdade, mas o que a gente tira para chegar a esse número 2? Ou seja, o que representa o subtraendo? As patas de quem?*

A resposta esperada, e que fundamenta a ideia de comparar do conceito da subtração, é que, ao comparar, retiramos a quantidade que o minuendo e o subtraendo têm em comum. Nesse caso, esse número 6 representa o número de patas que a aranha e o besouro têm em comum.

Após dar um tempo para que resolvessem usando os palitinhos e canudinhos, solicitei que explicassem como fizeram.

Fabiele: *Tirei sete canudinhos e sobrou um, tirei cinco palitinhos e formou dois.*

Fotografia 1 – Representação do 14º problema pela Fabiele.



Fonte: A autora (2015).

Como podemos observar, Fabiele representou a diferença, ou seja, o número 2, com um canudinho (que representa a pata da aranha) e com um palitinho (que representa a pata do besouro). Ela explicou o procedimento, mas a sua resposta não tem lógica. Dos oito canudinhos, ela retirou sete e sobrou um, dos seis palitinhos ela retirou cinco e sobrou um. Fabiele retirou a quantidade necessária para restar a quantidade 2. No momento de responder à questão ela acertou, mas sem compreender o que representa o minuendo. Isso indica que ela não tem consciência da “ação de retirar”.

Pesquisadora: *Qual o resultado da operação?*

Fabiele: *Dois.*

Pesquisadora: *Quem tem mais patas?*

Fabiele: *A aranha.*

Pesquisadora: *Sua resposta está certa?*

No momento em que fiz a pergunta, eu apontei para o palito e o canudinho que a Fabiele representou como sendo a diferença. Revendo a intervenção, a pergunta correta seria: *A diferença entre a quantidade de patas da aranha e do besouro pode ser uma pata de aranha e uma pata do besouro, como você está representando?*

Fabiele: *Não.*

Pesquisadora: *Vamos pensar mais um pouco.*

Após as intervenções, Fabiele sabia que a resposta não estava certa, mas não conseguia compreender a razão.

A organização dos palitos e dos canudinhos era semelhante à organização do Carlos. A seguir, solicitei que a Amanda que explicasse como tinha resolvido.

Amanda: *Eu tirei as seis patas do besouro e tirei as seis patas da aranha e ficou dois.*

Pesquisa: *E por que você tirou seis e depois seis?*

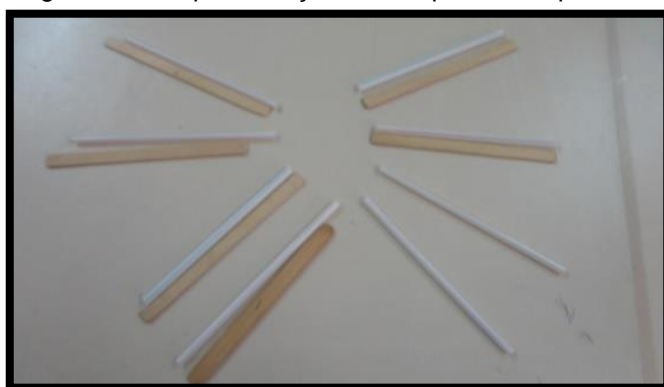
Amanda fez a operação corretamente, mas não conseguiu explicar.

Pesquisadora: *Muito bem, Amanda! Você está no caminho certo!*

Dirigindo a palavra para o Carlos:

Pesquisadora: *Explique como você fez.*

Fotografia 2 – Representação do 14º problema, pelo Carlos.



Fonte: A autora (2015).

Carlos: *Eu coloquei os canudinhos que representam as patas da aranha, daí eu coloquei ao lado as patas do besouro, aí ficou duas, é a resposta que é dois, deu seis as patas da aranha mais duas deu oito.*

Breno: *Eu fiz as oito pernas da aranha e tirei seis do besouro, pra ver se deu certo eu inverti a conta.*

Pesquisadora: *Como assim, inverteu a conta?*

Breno: *Tirei a prova real.*

Pesquisadora: *Que jeito a prova real?*

Breno: *A continha de mais.*

Pesquisadora: *Vocês estão no caminho certo do raciocínio. Vamos analisar a maneira como Carlos fez. Para cada pata da aranha, uma pata do besouro. Quantas patas a aranha e o besouro têm igualmente?*

Todos: *Seis.*

Como percebi que ainda não tinham entendido completamente, fui retirando, par a par, e contando para que compreendessem que, quando eu comparo, eu retiro o que tem em comum e o que sobra é a diferença entre os números comparados.

Pesquisadora: *Vou fazer novamente a pergunta: O que é que representa esse “subtraendo seis”?*

Mostrei os pares de palitos e canudinhos que tínhamos retirado.

Pesquisadora: *Quantas patas eles têm iguais, ou seja, a mesma quantidade?*

Escrevi no quadro.

Pesquisadora: *Quando a gente compara, retiramos o que tem de igual.*

Nessa primeira tarefa do grupo, composto por seis participantes, os alunos Carlos e Breno resolveram de forma correta, conseguiram explicar “o que” e “por que” fizeram a representação da operação de subtração, usando os canudinhos e os palitos. Fabieli não realizou a representação de forma correta, mas conseguiu explicar “o que” fez. Podemos considerar um avanço. Amanda fez de forma correta, conseguiu explicar “o que” fez, mas não “por que” fez. Everton e Daniele fizeram de forma correta, mas tudo indica que imitaram a realização da tarefa feita pelo Carlos e não conseguiram explicar nem mesmo “o que” fizeram. Dessa análise, podemos inferir que Carlos e Breno têm consciência da ação de subtrair, Fabieli e Amanda estão em processo, sendo que Fabieli não resolveu corretamente, mas conseguiu

explicar, por essa razão consideramos que ela está desenvolvendo o conceito. Ao verbalizar o procedimento, ela analisará a resolução e pode tomar consciência do seu erro. A Amanda resolveu a tarefa, mas não conseguiu explicar. Nesse momento da análise da tarefa verifiquei que há indícios de que os alunos estão em processo de aprendizagem do *conceito* da subtração, mas não conseguem chegar à abstração e à generalização, tão necessárias à formação do *conceito científico*. Pois, em Vigotski (2001, p. 226), “o conceito surge quando uma série de atributos abstraídos torna a sintetizar-se, e quando a síntese abstrata assim obtida torna-se basilar de pensamento”. Por meio dessa síntese, confirmamos nosso indício.

A fim de reforçar o processo de apropriação do conceito, passei para outra atividade:

Pesquisadora: *Vamos fazer o mesmo procedimento com o problema já resolvido na aula anterior: “Kaike tem oito anos e sua irmã Thaila tem 14 anos. Quantos anos Thaila têm a mais que o Kaike?”*

Expliquei que nesse momento os palitinhos representam a idade da Thaila e os canudinhos, a idade do Kaike, registrando no quadro.

Pesquisadora: *Quantos anos a Thaila têm?*

Todos: *14.*

Pesquisadora: *E o Kaike?*

Todos: *Oito.*

Pesquisadora: *Amanda já tinha resolvido a subtração na aula passada, 14 menos oito é igual a seis.*

Eu resolvi a operação e não solicitei que eles resolvessem porque o objetivo nesse momento era especificamente retomar a “ação de retirar”, quando comparamos, ou seja, o subtraendo representa a quantidade comum entre a idade dos dois irmãos.

Pesquisadora: *Qual a resposta?*

Todos: *Seis.*

Pesquisadora: *Então a diferença entre a idade da Thaila e do Kaike é de seis anos. Quando estamos resolvendo esse tipo de problema, estamos comparando,*



*comparando a idade da Thaila com a do Kaike. O que é esse oito que eu tiro? Ou seja, o que representa esse oito?*

A seguir, podemos ver por intermédio das fotografias como os alunos representaram.

Everton apresentou dificuldade em se expressar, mas fez corretamente.

Fotografia 3 – Representação do 13º problema, pelo aluno Carlos.



Fonte: A autora (2015).

Carlos: *Eu coloquei os 14, aí eu coloquei os oito embaixo, aí eu tirei esses oito.*

Pesquisadora: *Na verdade, o oito que a gente tira é o quê?*

Carlos: *Essa é a idade do Kaike. Essa é da Thaila. A gente tira o que tem de igual e sobra a diferença.*

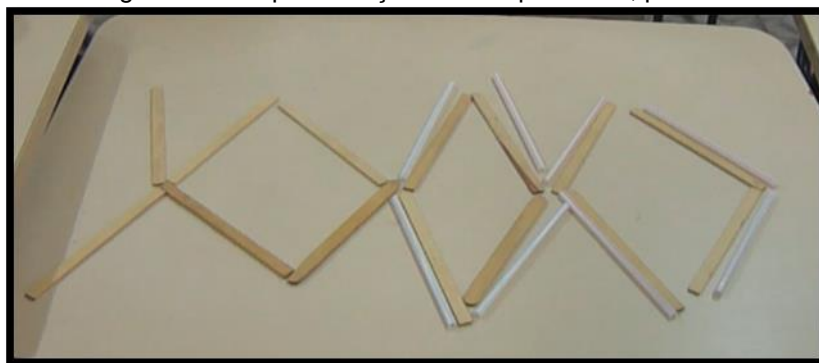
Nesse momento Carlos conseguiu mostrar e explicar com argumentos a ideia de comparar do conceito da subtração.

Retomamos a conclusão de Vigotski (2001, p. 228) de que somente na adolescência a criança chega ao *pensamento por conceito*, mas ele também argumenta que inicialmente “os conceitos verdadeiros acontecem esporadicamente”, e, com o adiantamento da adolescência, o seu emprego começa a ficar mais frequente. Portanto, consideramos que essa argumentação do aluno C trata-se desse momento esporádico de conseguir conceituar a ideia de comparar da subtração.

Pesquisadora: Breno, *o que você fez?*

Chamou-me a atenção o formato diferente da sua representação.

Fotografia 4 – Representação do 13º problema, pelo Breno.



Fonte: A autora (2015).

Breno: *Eu fiz a idade da Thaila com essas coisas aqui (palito) e depois eu fiz a idade do Kaike com os canudos e deram esses dois triângulos (na verdade quadriláteros irregulares) e sobraram esses que deu seis.*

Pesquisadora: *Até aqui é o que ele tem de igual e o resto é a diferença? É isso?*

Breno: Sim.

Nesse momento a resposta foi antecipada. Admito que este não foi o direcionamento didático adequado. Reconheço que estou inserida na cultura escolar e que em sala de aula nem tudo é racionalmente previsível.

Fotografia 5 – Representação do 13º problema, pela Fabiele.



Fonte: A autora (2015).

Pesquisadora: *Esses pares que você colocou é a idade da Thaila e do Kaike? E até aqui estavam iguais? Qual a diferença da idade deles?*

Fabiele: Seis.

Amanda e os demais alunos fizeram procedimentos semelhantes ao do Carlos.

Após essa tarefa, não havia possibilidade de continuar com o desenvolvimento das intervenções, pois o horário de saída dos alunos se aproximava e já tinha atingido o objetivo de coletar os dados para a análise, assim, dei por encerrada a terceira e última aula.

Finalizando, agradei aos alunos por participarem ativamente das intervenções e afirmei que eles contribuíram com meus estudos. Reafirmei a informação de que nas transcrições das falas, as identidades deles seriam resguardadas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir nossa pesquisa, consideramos que o tempo destinado ao desenvolvimento das tarefas acompanhadas pelos estudos teóricos aconteceu de forma relativamente breve. Apesar das limitações do tempo, apontamos algumas considerações relevantes, resultado da análise das manifestações da linguagem dos alunos nas tarefas de intervenções matemáticas. Vale salientar que essas considerações referem-se à realidade particular dos alunos do quarto ano de uma escola municipal de Alto Paraná, porém, não é exclusiva, ela representa de certa forma a realidade dos alunos de escola pública. Essa afirmação se justifica por dois motivos: primeiro, a dificuldade em utilizar os algoritmos ao resolver problemas matemáticos, verificada nessa classe de quarto ano, também é conferida nas avaliações oficiais do ensino, exemplificada nos dados do relatório do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), em que somente 1,8% dos estudantes brasileiros conseguiram solucionar problemas matemáticos complexos. Isso comprova que a dificuldade em solucionar problemas é comum nos alunos de escola pública. Segundo, as políticas educacionais, propostas para a rede pública, como mencionamos anteriormente, demonstram que não há interesse em que os estudantes “dominem o que os dominantes dominam” (SAVIANI, 2003, p. 55). O nível de aprendizagem dos alunos é resultado da prática pedagógica dos professores que, por sua vez, reflete a teoria pedagógica implementada pelas políticas públicas que se efetivam por meio dos materiais disponibilizados. Dessa forma, as intencionalidades das políticas educacionais atingem todos os alunos de escola pública.

Como já descrevemos na quarta seção, na primeira aula, iniciamos as tarefas revisando os conteúdos referentes à subtração e estudados nos anos anteriores ao quarto ano, a fim de identificar o nível atual da apropriação do conceito da subtração. No decorrer do desenvolvimento das duas primeiras aulas, por um lado, os alunos que apresentaram maiores dificuldades em realizar as tarefas confundiram os nomes das operações, tais como: adição com divisão, divisão com multiplicação; trocaram o termo “total” por “tudo”; não reconheceram o termo “diferença” como resultado da subtração, além de nomearem a operação de adição como “continha de mais” e a operação de subtração como “continha de menos”. Essa ausência do uso

da nomenclatura correta nos remete ao fato de a escola, por vezes, reforçar os conhecimentos espontâneos relacionados à nomenclatura dos algoritmos. Dessa forma, a utilização dos termos matemáticos como “adicionar”, “diferença”, “soma”, “total” e “parcela” se revela para os alunos como algo desconectado da matemática. Observamos, nos alunos que apresentaram desempenho melhor na realização das tarefas, a utilização precisa da nomenclatura das operações, bem como a palavra “diferença” para explicar o procedimento realizado ao resolver o problema envolvendo a subtração.

Ao analisar o processo de apreensão do conceito da subtração nas tarefas realizadas e sua dinâmica, verificamos que o pensamento dos alunos se encontra em estágios de desenvolvimento diferenciados e os quais arriscamos dividir em três grupos: o primeiro, composto por alunos que realizaram as tarefas de forma correta, no que se refere à resposta de problemas, aos desenhos realizados e à manipulação de objetos, entretanto não conseguiram nem ao menos explicar os procedimentos descritivos. Pela ausência dos argumentos para verbalizar e justificar os procedimentos realizados, esses alunos indicam que realizam as tarefas, mas não têm consciência de suas ações.

O segundo grupo era composto pelos alunos que realizaram parcialmente as tarefas de forma correta. Entretanto, mesmo não acertando a resposta, conseguiram se expressar corretamente. Em relação à resolução errada, consideramos que existe a possibilidade de esses alunos, ao explicitar o procedimento, analisarem a resolução e tomarem consciência de seu erro. Os alunos que compõem esse grupo conseguiram explicitar os procedimentos, mas não conseguiram justificá-los, portanto, não conseguiram transcender dos procedimentos descritivos aos explicativos.

O terceiro grupo resolveu as tarefas de forma correta, conseguiu explicar e justificar o procedimento que realizou. Verificamos que esses alunos transcenderam os procedimentos descritivos e atingiram os explicativos, característica fundante de qualquer explicação científica. Esta verificação evidencia que esses alunos apresentam um pensamento matemático. Com base nessas constatações, podemos inferir que os alunos desse terceiro grupo, após as intervenções realizadas, têm consciência da ação de subtrair, mesmo que seja em alguns momentos específicos.

A diferença entre o primeiro e o segundo grupo é a constatação de que os alunos do segundo atingiram os procedimentos explicativos, enquanto os do primeiro grupo não. Dessa forma, arriscamos afirmar que os alunos do primeiro e do segundo grupo não têm consciência da ação de subtrair.

Diante disso, confirmamos a hipótese de que os alunos que não conseguem interpretar problemas matemáticos realizam as operações, mas não têm consciência da ação que realizam, ou seja, não se apropriaram dos conceitos. Essa confirmação indica que esses alunos não estão recebendo um ensino que possibilite esse desenvolvimento. No entanto, foi possível constatar entre os alunos que participaram da última aula, especificamente o último grupo, mesmo sendo minoria, que há indícios de que eles têm consciência da ação de subtrair, devido às intervenções matemáticas envolvendo outras formas de linguagem, além da linguagem numérica. Essas diferentes formas de linguagem contribuíram para que eles chegassem a esse estágio de desenvolvimento. Vale salientar que esse grupo representa 1/3 dos alunos que participaram da pesquisa, mas não a porcentagem de alunos da classe, pois não houve um critério para a seleção dos alunos participantes da segunda e da terceira aula, de modo que participaram somente os alunos presentes na escola em um dia chuvoso.

Diante disso, esclarecemos que a afirmação da ação consciente destes alunos são indícios, pois essa confirmação requer um estudo aprofundado do psiquismo e, no presente momento, consideramos que os dados coletados não permitem tal afirmação. Levando em consideração os diferentes níveis de desenvolvimento dos alunos e que o “bom ensino” age na zona de desenvolvimento próximo, salientamos que todos os participantes da pesquisa, em doses diferenciadas, necessitam da mediação do professor para a apreensão consciente do ato de subtrair.

Essas constatações apresentadas indicam que a tomada de consciência se esbarra na dificuldade da linguagem, pois o aluno não consegue organizar o pensamento para se expressar. Consequentemente, isso interfere no seu desenvolvimento, uma vez que este consiste dessa progressiva tomada de consciência dos conceitos e operações do próprio pensamento.

Outra consideração refere-se à afirmação de Vigotski (2001, p. 236) de que “os processos de pensamento, concreto e eficaz, são produto de um processo longo e complexo de evolução do pensamento infantil”. Portanto, para que o *conceito* da

subtração seja apropriado pelos alunos, é necessária uma intensa atividade pedagógica, que seja iniciada ainda na educação infantil e se estenda por todo o ensino fundamental. Vale salientar que essas atividades precisam ser apropriadas de acordo com cada etapa de aprendizagem.

Nesta caminhada em busca da melhor mediação, constatamos que as intervenções realizadas por meio das diferentes linguagens, estimularam o desenvolvimento do conceito da subtração, por essa razão apontamos algumas características do ensino voltadas para o desenvolvimento psíquico.

Em nossa pesquisa, como também no cotidiano escolar, observamos a dificuldade em explicitar o procedimento usado ao resolver as tarefas propostas. A partir dessa constatação, optamos por acrescentar, na segunda aula, o desenho como outra forma de expressão, além do algoritmo. Essa alteração mostrou-se altamente positiva ao contribuir significativamente com a expressão do pensamento dos alunos. Essa constatação confirma a defesa de Kalmikova (1991) ao dizer que as imagens representam o concreto, mas não são o concreto. Em nosso caso, o desenho da resolução dos problemas não é o problema real, mas representa a realidade do problema pensada pelos alunos. A utilização do desenho, como procedimento didático, é um ponto intermediário entre o concreto e o abstrato, como também o ponto de partida para a abstração. O desenho representou a manifestação externa do pensamento que, ao ser transposto para a cabeça da criança, foi por ela interpretado abstratamente. A criança, ao captar empiricamente o objeto analisado, reproduz em seu pensamento a dinâmica e a estrutura desse objeto.

Com base em Vigotski (2001, p. 133, grifos da obra), retomamos a afirmativa de que, no desenvolvimento do pensamento e da fala, “Em um determinado ponto, ambas as linhas se cruzam, após o que o pensamento se *torna* verbal e a fala se *torna* intelectual”. Isso pressupõe que não podemos deixar de reconhecer a importância da linguagem para o desenvolvimento do pensamento. Por essa razão procuramos incluir outras formas de linguagem aliadas à linguagem numérica, para que houvesse mais compreensão no pensamento dos alunos.

Além disso, Vigotski (2001, 1995, p. 150) também define que “por detrás de todas as funções superiores e suas relações se encontram geneticamente as relações sociais, as autênticas relações humanas”. Ou seja, o desenvolvimento do

pensamento da criança passa por etapas externas e depende da sua experiência sociocultural.

A explicitação pelos alunos do procedimento realizado para resolver os problemas foi de suma importância para nossa pesquisa, pelos motivos elencados a seguir: primeiro, por contribuir na comunicação entre aluno e professor, ampliando as possibilidades de análise dos erros por parte do professor e conseqüentemente tornar a mediação possível; segundo, a explicação requer do aluno a revisão do procedimento e a organização do pensamento por intermédio da fala interior, e, assim, a explicitação contribui com a tomada de consciência; terceiro, defendemos, assim como Vigotski (2001), que é preciso analisar o processo e sua dinâmica, e somente por intermédio da linguagem torna-se possível transcender dos procedimentos descritivos para os explicativos, característica fundante de qualquer explicação científica; quarto, a modificação mais importante da tomada de consciência é a passagem da consciência da percepção “desprovida de palavras” para uma percepção dos objetos “orientada e expressa por palavras” (VIGOTSKI, 2001, p. 289).

Ao analisar o desenvolvimento das tarefas da segunda aula, concluímos que os direcionamentos didáticos que se limitam a solicitar ao aluno a resposta certa das tarefas, como acontece constantemente em sala de aula, não oferecem condições de análise da consciência da ação, nem permitem compreender como se desenvolve a apreensão dos conceitos matemáticos. Certificamos, na resolução de problemas, em diversos momentos da aula, que respostas corretas podem trazer de forma implícita a não compreensão da ideia da operação usada para a resolução do problema. O professor, ao valorizar o processo de resolução, além da resposta correta do problema, deve propor ao aluno a explicitação do procedimento realizado, favorecendo a mobilização de suas ideias.

A terceira e última aula, de certa forma, representa o nível de desenvolvimento dos alunos em relação à apreensão do conceito da subtração. As tarefas consistiram em representar a ideia de comparar da subtração, ou seja, ao comparar duas quantidades, retiramos a quantia comum ao minuendo e ao subtraendo. Ao demonstrar a “ação de retirar”, os alunos tiveram a oportunidade de compreender melhor a operação de subtração realizada, bem como demonstraram domínio da explicitação do procedimento para resolver o problema.



Nosso objetivo, ao defender que o emprego dos conceitos não acontece espontaneamente, mas necessita de mediações, pode ser sintetizado em cinco categorias pedagógicas, defendidas por Saviani (1997) quando enfatiza o domínio dos conhecimentos pelo professor. No decorrer de nossa pesquisa buscamos tomar consciência desses conhecimentos. Em relação ao “*domínio do conteúdo curricular*”, fizemos uma revisão dos conteúdos referentes à subtração, definimos a operação, suas ideias e propriedades, fazendo uso da linguagem matemática. No que se refere ao “*conhecimento didático-curricular*”, buscamos organizar os conteúdos, dosá-los e sequenciá-los de acordo com os objetivos da pesquisa. Por intermédio das tarefas realizadas na presente pesquisa buscamos realizar uma análise preliminar dos conceitos e das tarefas propostas. Quanto à escolha dos problemas, dos materiais a ser utilizados, das formas de linguagem, esses procedimentos foram revisados antes de sua aplicação a fim de atingir as metas de cada etapa das aulas. As tarefas desenvolvidas, apesar de suas limitações, buscaram a intencionalidade necessária para que o “bom ensino” aconteça. No tocante ao “*saber pedagógico*”, analisamos, mesmo que de forma breve, o enfoque dado à subtração nos documentos oficiais que norteiam o ensino fundamental a fim de conhecer as teorias pedagógicas que embasam as políticas educacionais e que influenciam de forma expressiva a prática docente. Quanto às “*condições sócio-históricas*”, buscamos conhecer o contexto em que os alunos envolvidos nessa pesquisa estão inseridos, por considerarmos que as privações culturais e econômicas afetam a aprendizagem. Em relação ao “*saber atitudinal*”, buscamos a coerência entre o saber e o fazer, direcionando as aulas com compromisso, pontualidade, respeito às pessoas dos alunos e da professora regente, como também preservando a identidade dos alunos, ao substituir seus nomes reais por nomes fictícios e principalmente buscando a aprovação do Comitê Permanente em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, da Universidade Estadual de Maringá, e posteriormente seguindo suas orientações.

Em virtude das análises realizadas, embasadas nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, reafirmamos que a apreensão dos conceitos científicos é resultado de um processo longo e complexo de evolução do pensamento infantil, que se estende ao longo dos anos escolares. Para se efetivar, impreterivelmente requer do professor o ato consciente de ensinar, ou seja, sua mediação. Destacamos que somente uma análise preliminar dos conceitos e das relações objetivas entre eles permitirá ao professor conduzir o aluno à apropriação do

conceito. Defendemos a linguagem como instrumento que possibilita a organização do pensamento e como ponto de apoio para a tomada de consciência. Para isso, o ensino não pode se limitar a requerer do aluno a resposta certa das tarefas, é necessário dispor de procedimentos pedagógicos para desenvolver a linguagem, seja oral, escrita, por intermédio de desenhos, manipulação de objetos, literatura infantil, encenações e outros recursos que se apresentam potencializadores de desenvolvimento da linguagem, ultrapassem os procedimentos descritivos e atinjam os explicativos.

Ao rever toda a trajetória da presente pesquisa e as considerações finais expressas anteriormente, a nossa posição é de que somente uma teoria, cujo enfoque se configure na interdependência entre as relações sociais e o processo de aprendizagem, pode fornecer subsídios suficientes para capacitar as crianças e os professores na busca da superação da situação de não aprendizagem. Consideramos que desenvolver a consciência da ação de subtrair, para ampliar a capacidade de interpretar problemas matemáticos, representa o ensino e a possibilidade para o ensino dos demais conceitos matemáticos. Esses são procedimentos potencializadores, capazes de elevar os níveis de humanização, não somente no período escolar, mas ao longo da vida. Nossa posição é a da valorização dos *conhecimentos científicos*. Isso significa que “dominar o que os dominantes dominam”, como mencionamos anteriormente, pode constituir-se em instrumento de luta e de transformação (SAVIANI, 2003, p. 55). Precisamos potencializar os alunos com conhecimentos, se acreditamos no trabalho educacional. Por isso é preciso dominar o conceito da subtração, a interpretação matemática, a resolução de problemas matemáticos, a matemática em diferentes contextos e linguagens para reivindicar direitos, ter acesso à cultura, viver dignamente e, se possível, contribuir com a transformação social.

## REFERÊNCIAS

ALTO PARANÁ. Secretaria Municipal de Educação. **Projeto Político-Pedagógico**. Alto Paraná: SME, 2015.

BERGAMO, Geraldo Antonio. **Fundamentos teóricos do método de resolução de problemas ampliados**. 2006. 192 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência)–Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

BOGOYAVLENSKY, D. N.; MENCHINSKAYA, N. A. Relação entre aprendizagem e desenvolvimento psicointelectual da criança em idade escolar. In: LEONTIEV, A. et al. **Psicologia e pedagogia**. São Paulo: Moraes, 2005. p. 63-85.

BRASIL. **Estatuto da criança e do adolescente**: Lei federal nº 8069, de 13 de julho de 1990. Rio de Janeiro: Imprensa Oficial, 2002.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

\_\_\_\_\_. **Relatório Nacional PISA 2012**. São Paulo: Fundação Santillana, 2012. Disponível em:

<[http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio\\_nacional\\_pisa\\_2012\\_resultados\\_brasileiros.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf)>. Acesso em: 8 jan. 2015.

\_\_\_\_\_. **Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Brasileiro**. Brasília, DF: PNUD, Ipea, FJP, 2013a. 96 p. (Série Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil 2013). Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/130729\\_AtlasPNUD\\_2013.pdf](http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/130729_AtlasPNUD_2013.pdf)>. Acesso em: 8 jan. 2015.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **IDEB**: resultado e metas. 2013b. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=5062900>>. Acesso em: 20 set. 2015.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Material de aplicação**. 2015. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/Caderno\\_Aluno\\_MT\\_1-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/Caderno_Aluno_MT_1-2015.pdf)>. Acesso em: 15 set. 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2003.

\_\_\_\_\_. **Aprendendo sempre**: matemática. São Paulo: Ática, 2008.

DELARI, Achilles Júnior. **A gênese dos processos psíquicos**: método genético e concepção de desenvolvimento na perspectiva de Vigotski. Curitiba, 1994. (Estudo teórico). Disponível em: <<http://www.vigotski.net/genesevig.pdf>>. Acesso em: 12 fev. 2013.

DUARTE, Newton. **O ensino de matemática na educação de adultos**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

\_\_\_\_\_. **Vigotski e o “aprender a aprender”**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2001.

FACCI, Marilda Gonçalves Dias. **Valorização ou esvaziamento do trabalho do professor**: um estudo crítico-comparativo da teoria do professor reflexivo, do construtivismo e da psicologia vigotskiana. Campinas: Autores Associados, 2004.

FALLEIROS, Ialê. Parâmetros Curriculares Nacionais para a Educação Básica e a Construção de uma Nova Cidadania. In: NEVES, Lúcia Maria Wanderley (Org.). **A nova pedagogia da hegemonia**: estratégias do capital para educar o consenso. São Paulo: Xamã, 2005. p. 175-235.

FRIGOTTO, Galdêncio. A formação e a profissionalização do educador: novos desafios. In: SILVA, Tomaz Tadeu da; GENTILI, Pablo (Org.). **Escola S.A**: quem ganha e quem perde no mercado educacional do neoliberalismo. Brasília, DF: CNTE, 1996.

GALUCH, Maria Terezinha Bellanda; SFORNI, Marta Sueli de Faria. Interfaces entre políticas educacionais, práticas pedagógicas e formação humana. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 6. n. 1, p. 55-66, jan-jun. 2011.

GRAMSCI, Antônio. **Cadernos do cárcere**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2011.

IBGE. **Censo demográfico 2010**. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<http://www.cidades.ibge.gov.br>>. Acesso em: 7 abr. 2016.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA (IPEA). **Sips – Sistema de Indicadores de Percepção Social**. Brasília: Ipea, mar. 2013. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br>>. Acesso em: 27 jan. 2015.

KALMYKOVA, Zinaida Ilinichna. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LURIA, Alexis et al. (Org.). **Pedagogia e psicologia II**. Lisboa: Estampa, 1991. p. 9-26.

LEONTIEV, Alexis. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte, 1978.

LURIA, Alexander Romanovich. Vigotskii. In: VIGOTSKII, Lev Semyonovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, . **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 10. ed. São Paulo: Ícone, 2006. p. 21-37.

MALTA, Iaci. Linguagem, leitura e matemática. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 41-62.

MARTINS, Lígia Márcia. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica.** Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

MÉSZÁROS, István. **A educação para além do capital.** São Paulo: Boi Tempo Editorial, 2005.

NOGUEIRA, Célia Maria Ignatius; ANDRADE, Doherty. **Conceitos básicos em Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Maringá: Eduem, 2011.

OLIVEIRA, Hélia; MENEZES, Luís; CANAVARRO, Ana Paula. **Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática.** Disponível em: <file:///D:/Usuario/Downloads/Oliveira\_Menezes\_Canavarro%20(2).pdf>. Acesso em: 15 maio 2016.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico para a escola pública do Paraná.** Curitiba: SEED, 1990.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: matemática: SEE/PR, 2008.**

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRESTES, Zoia Ribeiro. **Quando não é quase a mesma coisa: análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil: repercussões no campo educacional.** 2010. 295 f. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2010.

ROSA, Josélia Euzébio da Rosa. **Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inte-relações dos sistemas de significações numéricas.** 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

SAVIANI, Demerval. A função docente e a produção do conhecimento. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 11, n. 21, p. 127-140, 1997.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 8. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SFORNI, Marta Sueli de Faria. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da Teoria da Atividade.** Araraquara: JM, 2004.

\_\_\_\_\_. **Currículo do Sistema de Currículo Lattes**. Brasília, DF, 26 jul. 2015a.

Disponível em:

<<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4773152J4>> . Acesso em: 7 set. 2015.

\_\_\_\_\_. A trajetória da didática no Brasil e sua (des) articulação com a Teoria Histórico-cultural. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, n. 61, p.87-109, mar. 2015b. Disponível em:

<<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/histedbr/article/view/7211/5994>>. Acesso em: 10 jan. 2016.

SOARES, Elenir Terezinha Paluch. **Zoltan Paul Dienes**: um interesse Histórico-Cultural. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/177852\\_C21\\_4dd79dcbcec33.pdf](http://www.apm.pt/files/177852_C21_4dd79dcbcec33.pdf)>. Acesso em: 10 set. 2015.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

VANDRESEN, Daniel Salésio. O currículo disciplinar nas DCEs/PR: uma proposta arraigada no projeto moderno e neoliberal. **Revista Travessias**, Cascavel, ano 5, n. 2, p. 493-512, 2011.

VAZ, Halana Garcez Borowsky. **A atividade orientada de ensino como organizadora do trabalho docente**: a experiência do CLUMAT na formação de professores do anos iniciais. 2013. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

VYGOTSKI, Lev Semyonovich. **A construção do pensamento e linguagem**. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

\_\_\_\_\_. **Obras escolhidas**. Madri: Visor, 1995. Tomo III.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKII, Lev Semyonovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2006. p. 103-117.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A

1. Elabore um problema matemático que seja resolvido por meio da subtração.

---



---

2. Relembrando os nomes dos termos da subtração:

# TERMOS DA SUBTRAÇÃO

5 → minuendo

- 2 → subtraendo

3 → resto ou diferença

✎ Faça as subtrações e depois complete com o nome dos termos:

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline \end{array}</math> </div> <div style="margin-left: 10px;">           _____            _____            _____         </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\begin{array}{r} 48 \\ - 10 \\ \hline \end{array}</math> </div> <div style="margin-left: 10px;">           _____            _____            _____         </div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\begin{array}{r} 52 \\ - 13 \\ \hline \end{array}</math> </div> <div style="margin-left: 10px;">           _____            _____            _____         </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\begin{array}{r} 61 \\ - 27 \\ \hline \end{array}</math> </div> <div style="margin-left: 10px;">           _____            _____            _____         </div>

Fonte: Disponível em [http://www.portalescolar.net/2012/06/atividades-matematica-2-ano-fundamental\\_5899.html](http://www.portalescolar.net/2012/06/atividades-matematica-2-ano-fundamental_5899.html). Acesso em : 5 fev.2015.

Observe as operações acima. Quem é o maior, o minuendo ou o subtraendo? Sempre é assim? Por quê?

---




---




## APÊNDICE B

### IDEIAS DA SUBTRAÇÃO

#### 1. Ideia de retirar

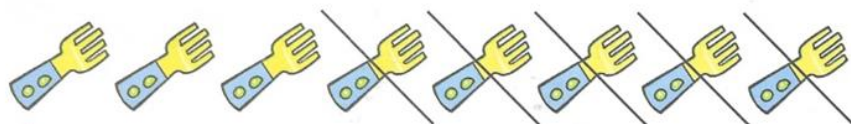


### As ideias da subtração

Não escreva neste livro.  
 Faça todos os exercícios no caderno.
 

Tirar

**1** Numa gaveta havia 8 garfos. Dona Clara tirou 5 para servir a refeição. Quantos garfos restaram na gaveta?  
 Copie e complete:



$8 - 5 = \square$

Restaram    garfos na gaveta.

CHRIS BORGES/  
ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo sempre: matemática. São Paulo: Ática, 2008.

Essa atividade envolvendo a ideia de retirar ou tirar foi reescrita da seguinte forma:

Numa gaveta havia 8 garfos. Dona Clara tirou 5 para servir a refeição. Quantos garfos restaram na gaveta?



- Faça um X sobre os garfos que Dona Clara tirou.
- Quantos restaram? \_\_\_\_\_
- Qual a ideia da subtração utilizada nessa situação?  
 \_\_\_\_\_

## 2. Ideia de comparar

**Comparar: quantos a mais? ou quantos a menos?**


Faça todas as atividades no caderno.

**1** No aquário de Juca há 9 peixes.  
No de Pedro há 5 peixes.  
Quantos peixes Juca tem a mais do que Pedro?  
Copie e complete:

Juca ●●●●●●●●●  $9 - 5 = \square$

Pedro ●●●●●  $5 + \square = 9$

Juca tem  $\square$  peixes a mais do que Pedro.

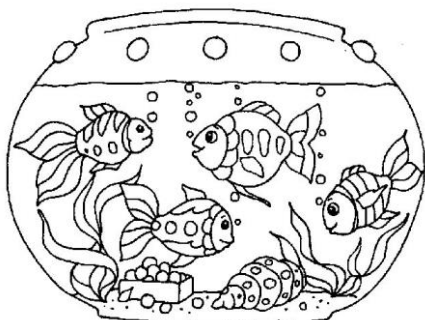


ILUSTRAÇÕES: CHRIS BORGES/ANJO DO DA EDITORA

Fonte: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo sempre: matemática. São Paulo: Ática, 2008.

Essa atividade envolvendo a ideia de comparar foi reescrita da seguinte forma:

No aquário de Juca há 9 peixes. No de Pedro há 4 peixes. Quantos peixes Juca tem a mais do que Pedro?



Juca	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Pedro	●	●	●	●					

Fonte: <<http://disneycoloring.net/aquarium-coloring-page/fish-aquarium-coloring-pages-70d5b5412ec08c92.html>>. Acesso em: 14 fev, 2015.

$$9 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Juca tem \_\_\_\_\_ peixes a mais do que Pedro.
- Qual a ideia da subtração utilizada nessa situação?

\_\_\_\_\_


## 3. Ideia de completar

**Comparar: quantos faltam?**

**1** Carlos está colando figurinhas em seu álbum. Nessas duas páginas cabem 8 figurinhas e 2 já foram coladas. Observe quantas figurinhas faltam para que as duas páginas fiquem cheias. Agora, copie e complete as operações e a sentença abaixo.

$8 - 2 = \square$        $2 + \square = 8$

Para que as duas páginas fiquem cheias faltam  $\square$  figurinhas.



ILUSTRAÇÕES: CHRIS BORGES/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo sempre: matemática. São Paulo: Ática, 2008.

Essa atividade envolvendo a ideia de completar foi reescrita da seguinte forma:

Carla está colando figurinhas em seu álbum. Nessas páginas cabem 9 figurinhas e 7 já foram coladas. Observe quantas figurinhas faltam para que a página fique cheia.

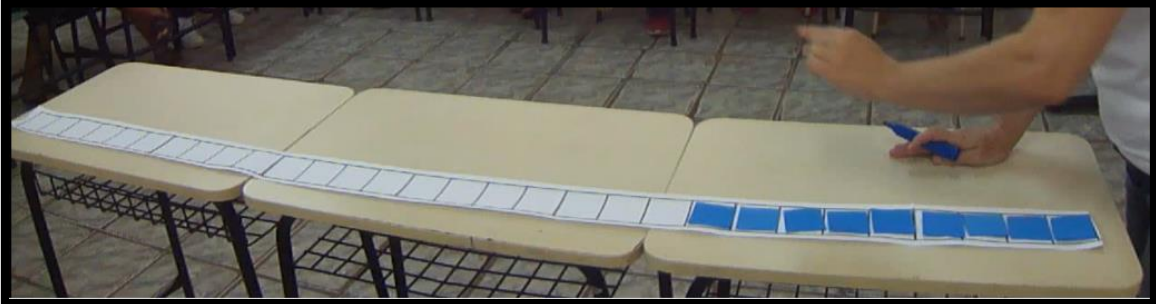


- $9 - 7 = \underline{\quad}$
- $7 + \underline{\quad} = 9$
- Para que a página fique cheia faltam  $\underline{\quad}$  figurinhas.
- Qual a ideia da subtração utilizada nessa situação?

\_\_\_\_\_

Fonte: Disponível em: <  
<http://motoca.net/motoca/flashback/publica/fofura2.jpg>>. Acesso em: 15 fev.2015

APÊNDICE C



APÊNDICE D

